

供油过程的计算—— 作为供油装置设计的工具

4.1 供油过程的物理现象

流体力学，电学，超声波和其他方式是液体雾化的几种可行性手段。在柴油机和其他的热力发动机中，只有第一种雾化方式起作用。和高压油泵传动功相比，全部体积循环供油都破碎成 $5 \sim 100 \mu\text{m}$ 油滴直径的过程中，表面能量的增加非常的少（小于1%）。在这种情况下，雾化细度、油束分散的长度和角度、在油束中液滴的分布不仅仅取决于喷射的能量，而且取决于空气充量的能量。因此对于不同的混合气形成方式来说，满足混合气形成需要的喷孔喷射速度也是不同的。

当今，为了保证供油装置在所有的工况上按照柴油机工作特性满足其工作指标的需要，通常使用数学仿真手段来解决这一任务。这样产生了一个模型与实际过程相符性的问题，即模型必须能完整描述供油过程中重要的物理现象。在计算机出现之前，人们研究了一些简化的可信度不高的数学模型（例如，以相似性理论为基础的数学模型，或是忽略压力波动过程的数学模型），而如今，可供选择的解决方法有很多，这些可供选择的解决方法对工程师来说是非常陌生的。比如：研究过于复杂的模型，或是模型中描述不重要的供油物理现象。这些模型的出现经常和作者手上存在的现成模型有关，这些数学模型是用于解决其他的任务，或是作为程序计算员的解决方法，而不是作为供油系统工程师的解决方法。这样的解决方法拖延了计算，没有对计算起到作用，却延缓了解决迫切需要解决的实际问题。最终，研究供油的物理特性帮助我们更快的弄清楚结构设计上的问题。

在本节进行供油过程中最重要方面的概述，并指出今后的研究任务和创建模型描述的方法。这些研究任务的解决将在下一节中进行详细的叙述。按照传统，由于供油过程过于复杂，我们将从直接作用式供油系统开始讲解。

4.1.1 燃油的压缩性

介质压缩性就是在压力增加的条件下体积减小的特性。压缩性的存在不仅与介质的性质

有关，还取决于所研究的过程。例如，在计算压气机的时候，我们认为空气是可压缩的，而在计算风扇的时候却不是这样。在油箱充油的时候认为燃油是不可压缩的，而在供油系统中燃油的压缩性是不可以忽略的。

压缩性系数 β 或是体积弹性模量 $E_V = 1/\beta$ （在一些国外文献中）是衡量液体压缩性的标准。真实压缩性系数 β 用在已知压力下描述压缩性的计算中，平均压缩性系数 $\bar{\beta}$ 更方便的评价从某一个初始压力 p_0 到当前压力 p 下的一个有限区间内的燃油压缩过程。例如，在对试验研究压缩性的结果上的后处理上。压缩性系数 β 可以通过平均压缩性系数 $\bar{\beta}$ 计算得到：

$$\begin{cases} \beta = \frac{1}{E_V} = -\frac{1}{V} \frac{dV}{dp} = \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dp} \\ \bar{\beta} = -\frac{1}{V_0} \frac{V - V_0}{p - p_0} \\ \beta = \frac{V_0}{V} \left[\bar{\beta} + (p - p_0) \frac{d\bar{\beta}}{dp} \right] \end{cases} \quad (4.1)$$

压缩性系数随着温度的升高、压力的降低和石油产品密度的减小而增加。对于选择的燃油来说，压缩性系数和压力之间的关系 $\beta = f(p)$ 是最重要的，如图 4.8。虎克定律认为，由于在燃油中存在不溶解的空气使得压缩性系数随着压力的升高而减小，并且在高的压力下压力对压缩性系数的影响会消失，实际上虎克定律的这种解释是不正确的。为了计算 β 使用一些经验关系式，却存在计算值和试验结果明显的不相符的问题（请看 4.2 节）。

一个单独的迫切需要解决的任务是代用燃料和不同燃料的混合物的压缩性、密度、声速等准则的定义，以及在不同的供油装置元件中这些特性的局部化的考虑。

4.1.2 燃油压缩性对供油的影响

在直接作用式的供油系统中，燃油的压缩性影响越大，柱塞运动规律和速度对供油特性的影响越小。在标准大气压力下， p_{Ha} 为高压油路内的初始压力， ΔV 为体积循环供油量，借助公式 (4.1)，我们评价最大可能的压力升高水平 p_{max} ：

$$p_{\text{max}} = p_{\text{Ha}} + \Delta V / (\bar{\beta} V_{\text{HP}})$$

这里： V_{HP} 为高压油路的体积

下面我们研究两个极限的情况。我们增加高压油路的体积 V_{HP} ，直到 p_{max} 超过启喷压力（喷油器没有打开），在最小的 V_{HP} 下可以得到最大的燃油加压压力。减小无用体积（应包括：高压油管体积 + 在高压油泵中出油阀之上的体积 + 喷油器中盛油槽、油管体积，译者注），这是直接作用式供油装置完善的发展趋势和重新恢复对泵喷嘴研究兴趣的原因。

如果认为在凸轮传动的供油装置中，经过喷油器喷孔的燃油流量 Q_c 可以利用柱塞速度 C_p 来确定的话，那么我们得到喷孔上压力差 p_c 受到转速 n 影响的关系：

$$\begin{cases} U_c = \frac{Q_c}{F_c} = \frac{C_p F_p}{F_c} = \frac{dh_p F_p \pi n}{d\varphi F_c 30} \\ \Delta p_c = \frac{\rho U_c^2}{\mu_c^2 2} = \frac{\rho \pi^2 F_p^2}{1800 \mu_c^2 F_c^2} \left(\frac{dh_p}{d\varphi} \right)^2 \cdot n^2 \end{cases} \quad (4.2)$$

其中， U_c 为燃油从喷孔喷射的速度； F_c 、 F_p 为喷孔、柱塞的横截面积； h_p 为柱塞行程； φ 为高压油泵曲轴转动角度（以弧度制为单位）； μ_c 为喷孔的流量系数。

从上面的关系中看到，以角度为单位的喷油持续期不取决于转速，而喷射压力 p_{inj} 按照转速的平方关系增长。在实际中， p_{inj} 的增长非常缓慢（如图 4.1）。上述的这种不符合性首先是受到燃油压缩性的决定。燃油压缩是势能的积累，直接降低了喷射压力。为了保证同样的循环供油量，自然要求长的供油持续期。势能的释放使得喷射结束缓慢，因此我们努力采用快速断油来避免由于断油缓慢造成的冒烟和油耗增加。

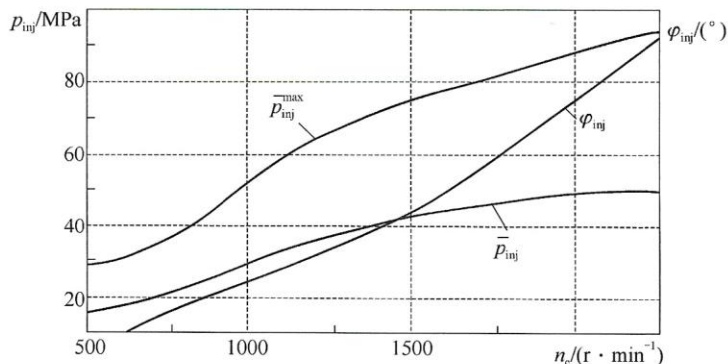


图 4.1 喷射压力和喷射持续期随油泵转速的关系
柴油机 3M3-514, Bosch VE 泵, 循环供油量 $\Delta g = 40 \text{ mg}$

这样，在直接作用式的供油装置中压缩性对于供油来说总是产生负面的影响，尤其是在强化喷射下，因此和压缩性的斗争开始变得非常迫切。解决压缩性最普及的技术解决方法：闭死容积的最小化，其中包括减小柱塞上腔和控制过滤器的无用体积，采用更为严格的尺寸公差，去除变形的垫片，设置弹簧内部的置换器，减小针阀的直径、喷油器油路的数量和直径、高压油管的直径等。

燃油的压缩性形成了 $p_{inj} = f(\Delta g)$ 这一关系式，虽然公式 (4.2) 并没有指出压缩性的存在。在较大的循环供油量下，更少的供油部分消耗将在燃油从初始压力 p_{na} 增加到喷油器启喷压力 p_{n0} 上，以及之后继续达到最大压力的压缩上，因此喷射压力 p_{inj} 随着柴油机负荷的增加而增加。

当从一种燃料过渡到另一种燃料时，供油参数发生了本质性的改变，这首先是由于燃油不同的弹性特性所决定（如图 4.2 所示）。与柴油喷射过程相比，汽油供油开始和结束延迟，喷射压力 p_{inj} 减小，由于没有补偿柱塞的有效行程循环供油量 Δg 减小。随着循环供油量的补偿，供油持续期增加，这可能会出现二次喷射的现象。

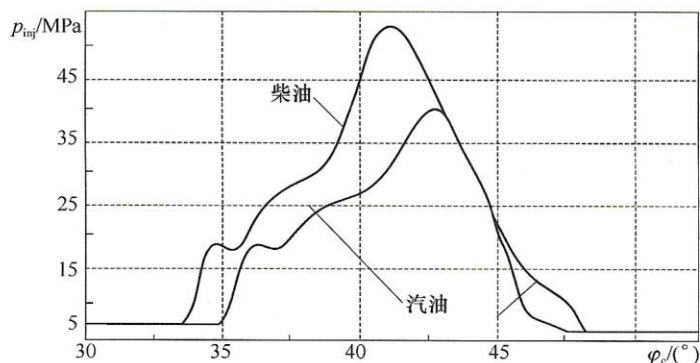


图 4.2 在柴油机 124H15/18 的供油系统内柴油和汽油的瞬时喷射压力：
柱塞的有效行程为 2.43 mm, 循环供油量为 190 mg, 凸轮转速为 900 r/min

对于共轨供油装置，由于共轨管等高压容积的蓄压作用的增加，燃油的压缩性对供油指标的影响通常是完全相反的，一般是积极的作用。

4.1.3 供油装置零件的易变形性

供油装置零件（主要是高压油路部分）的易变形性和燃油的压缩性一样对供油过程产生同样的影响。这受到在压缩燃油时积蓄能量这种现象的物理属性所限制，此外还受到产生条件的连续性的制约。实际上，只有我们在某个腔内提高压力，并且该腔同时出现变形时才表现出燃油的压缩性。直接的试验和准确的计算证明了高压油路中的元件发生了明显的变形，其中在高压油泵体，喷油器体以及精密偶件上均发生了变形。由于变形导致了腔体容积增加，这样要求补充油量用于充满变形的腔体。由于精密偶件间隙的增加，燃油泄漏也随之增加，密封结合处也可能打开，垫片可能被压出和受到破坏。

根据上述原因，在计算和设计供油装置最重要的零件时并不是以强度为条件，而是以允许的变形性作为条件，通常使用有限元方法和程序进行零件变形状态的计算。供油装置的特殊边界条件的不确定性是应用有限元方法的主要问题所在。作为考虑高压油路变形的一个简单例子，通常对高压油管进行 $\rho_{\text{отрок}}$ 修正，该修正是在 Lamé 公式基础上得到的：

$$\beta_{\text{cy}} = \beta_f + 2/E_{\text{cr}} [(R^2 + r^2)/(R^2 - r^2) + \mu_p] \quad (4.3)$$

在这里 r 、 R 为油管内、外直径； μ_p 为泊松比； E_{cr} 为弹性模量。

该修正公式解释了为什么钢制的高压油管的厚度要大于内径。对于现代的高压油管的变形修正量通常为燃油变形量 β_f 的 2% ~ 6%。

4.1.4 高压油泵传动的弹性

直接作用式供油系统的高压油泵的传动弹性对供油的影响和高压油路零件的易变形性对供油的影响是类似的，因此我们不止一次的强调实现刚性传动的必要性。但是实现刚性传动的这个解决途径是片面的，因为它不允许我们寻找有效的结构的解决方案。在实际中，高压油泵的传动系统是多弹性、多质量、多变形结合的复杂扭转系统（4.10 节）。装有刚性无间隙的联轴器和大飞轮的喷油泵试验台可以帮助我们弄明白新的解决方法的必要性。可以成功实现曲轴旋转的均匀性和所研究的供油装置喷射的稳定性，这不仅得益于不存在传动的变形，而且得益于大飞轮的运动能。

4.1.5 燃油的密度

燃油的密度之所以引起人们的研究兴趣是因为在柴油机中是按照体积方法实现燃油计量，而气缸中的放热量是根据质量供油确定的。在使用代用燃料时直接产生了柴油机功率改变这一问题。循环供油量是在体积单位下在喷油泵试验条件下测量的，而柴油机的油耗是在柴油机运转条件下测量到的。与此同时所使用的碳氢燃料的密度和压缩性系数一样，俄罗斯国家标准并没有对其制定标准，并且密度在非常大的范围内变动（对于汽油 700 ~ 740 kg/m³，对于煤油 730 ~ 740 kg/m³，对于柴油 740 ~ 870 kg/m³，对重油 920 ~ 970 kg/m³，对于高炉重油达到 990 kg/m³）。在压缩时密度 ρ 利用压缩性系数 β 来得到，在加热情况下借助如下经验关系式（下标 0 表示在压力为 0.1 MPa，温度 20 °C 的条件）：

$$\rho = \rho_0 \cdot \exp\left(\int_0^p \beta dp\right) = \rho_0 / (1 - \bar{\beta}p) \quad (4.4)$$

$$\rho = \rho_0 - (1.8 - 0.0013\rho_0)(T - T_0)$$

4.1.6 高压油管中的声速和压力波动现象

我们把供油持续期与沿着高压油管传播的压力波运动时间进行了比较，压力波直接造成了喷油开始的延迟（图 4.3）。随着高压油泵转速的升高，这种以角度为计量单位的延迟也随之增加，最优喷油提前角应该随着转速的升高而增大，而实际上没有喷油提前器时，实际的喷油提前角却是随着转速的升高而减小。这也清楚表明：没有喷油提前角控制的供油装置是不完善的。

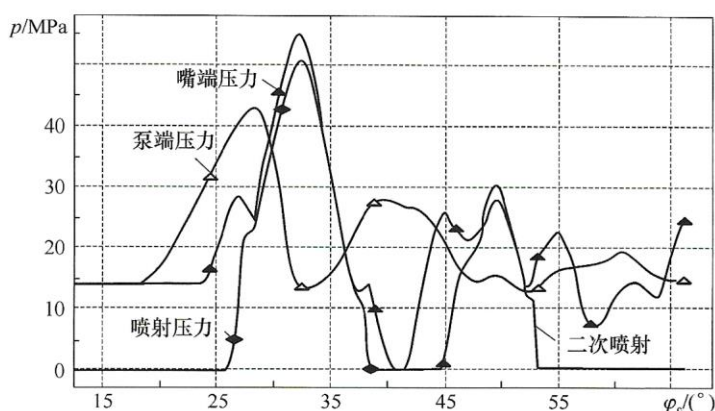


图 4.3 油泵和喷油器接头内的压力和不带有可逆阀 - 抑制二次喷射的
HTDM-37 油泵的供油装置中的喷射压力

从图 4.3 看到，压力波动过程在供油结束之后仍然持续，该压力波动已经失去了实际的意义，除非正压力波（通常在喷油器关闭后的第一个压力波）超过幅值和持续期的某种临界值的情况。在那样的情况下，喷油器针阀来得及第二次上升，于是产生了二次喷射。这种二次喷射具有雾化不及时和低的雾化质量的特点：喷油器中盛油槽内压力很低，小针阀升程使得喷射压力变得更小。喷射的燃油以大液滴的形式停留在喷油器附近的缺氧环境中。这种现象引起了油耗和烟度增加及喷油器的结焦。

二次喷射通常在供油装置工作的所有工况上都是有害的。为了防止发生二次喷射，需要弄清楚这种现象是如何产生的。在供油切断之后，高压油泵接头处的液压冲击是这种不希望出现的压力波动产生的主要原因，而这种液压冲击是在阀门落座时产生的：在这种情况下出现了来自高压油管的反向燃油流的驻留。

可以对供油装置的结构和工况参数进行正确的选择来消除二次喷射。供油过程的数学建模和计算机优化提供了这种可能。所有专门的结构上的解决方案要么是消除液力冲击（液压垫片，量孔——图 2.24 (b)，可逆阀——图 2.24 (b) ~ (e) 等)，要么是降低残余压力 p_{ocr} （增加高压油管的泄压量）来降低压力波的幅值。第二种解决方案随着喷射强度的增加失去了应用的普遍性。在不断提高的初始压力 p_{na} 下，在喷油间隔时间内带有高压油路燃油补给的改进系统可以保证较低的残余压力 p_{ocr} 。

压力波动的描述直接和声速的概念和评价相联系。在无限大的空间内我们从确定声速

α_∞ 开始^[83]:

$$\alpha_\infty = \sqrt{\left(\frac{dp}{d\rho}\right)_{S=\text{const}}} = \sqrt{\frac{1}{\beta\rho}} \quad (4.5)$$

从高压油管的末端容积反射出压缩波和稀疏波。前进压力波和反射压力波的干涉决定了在高压油管中每一点的复杂的压力变化规律。4.4 节对这个过程进行了试验记录和计算。在计算供油过程中考虑压力波动过程必要性的主要原因是压力波动改变了喷油参数和供油规律。不能满足计算压力波动过程的方法是过时的, 这种计算方法只是在计算机出现前有应用。在标准条件下对于汽油 $\alpha_\infty = 950 \sim 1\,200$ m/s, 对于柴油 $\alpha_\infty = 1\,250 \sim 1\,400$ m/s, 对于重油 $\alpha_\infty = 1\,350 \sim 1\,450$ m/s。当压力提高到 100 MPa 时, α_∞ 可能增加 350 m/s。从这一点上可以清楚地知道创建考虑声速可变性的计算方法的重要性 (4.5 节)。

上面讲述的内容使得在高压油路中个别的但是非常有意思的波动现象的表现变得清楚易懂。可以发现在图 4.3 中, 高压油管的初始端的压力幅值低于油管的末端, 这种现象和高压油管流动阻力的观点相矛盾。

喷油器上压力骤增有两个原因。第一个重要的原因: 来自末端容积的压缩波的反射效应。我们举一个机械学的例子来进行说明: 以速度 v 运动的小球在正常的壁面弹回下, 其动量变成了原来的 2 倍。对于高压管路的末端, 像按照公式 (4.34) 指出的那样, 强度为 F 的压缩波、在没有高压油管末端封闭引起耗散的情况下, 同样强度的压缩波被反射, 管道内会形成 $2F$ 的瞬时压力。从同样的解决方案中得到以下结论: 由于开放式的末端 ($p = p_0$), 压力波以同样的强度但以带有负号的压力波表现出来的 (以稀疏波的形式表现)。喷油器是处在两种极限工作情况内并且按照自身的原理工作的物体。由于喷孔有效截面积 $\mu_c F_c$ 远远小于 F_{Tp} 高压油管的有效截面积, 喷油器更接近于封闭末端的这种情况。因此从高压泵端过来的压缩波从喷油器开始以压缩波的形式反射回来, 虽然压缩波已经变得很弱, 而在喷油器附近记录的压力上升了一些, 虽然没有达到 2 倍。

在喷油器附近压力升高的第二个原因是: 声速随着压力的升高而增加。在较大的密度介质中传播的下一个压力波去追赶上一个压力波, 但是下一个压力波不可能超过上一个压力波。这是因为如果这个压力波超过了上一个压力波, 那么当这个压力成为第一个压力波时, 它将以更小的速度运动。借助能量的补充, 第一个压力波的幅值和斜度将会增加 (图 4.3), 这样在传动中形成了冲击波, 但是在供油装置中冲击波是没有来得及形成的。如果在高压油路中含有气相成分, 即较低的初始声速, 那么前面的压力波就会出现陡的锋面。

曾经存在这样一种观点, 即在共轨式供油装置中波动过程的考虑是不必要的, 高压油管长度的微小化和油管较大的直径论证了这一观点。但是上述的这个观点并不完全正确: 在共轨式供油装置中总是存在高压油管, 否则很难用高压燃油锁闭电液式喷油器。在这种情况下油管 (高压油管和喷油器油路) 的长度和直径接近于现代直接作用式的供油装置中的尺寸 (在 Bosch 共轨系统中高压油直径 4 mm, 长度 155 mm, 喷油器油路直径 1.87 mm, 油路长 185 mm)。共轨式供油装置的高压油路中的压力波动现象形成了复杂的供油规律 (图 4.4 (a), 图 3.51), 而压力波动现象的忽略是不适用于进行柴油机供油装置具体的计算工作。准定常的供油计算对于比较分析不同的电液式喷油器是有可能性的。

4.1.7 高压油路中的不连续性

高压油路中的不连续性的这个问题仅仅对于直接作用式供油装置是迫切需要解决的。在

某些系统中，从记录的高压油管中的瞬时压力看到，在供油结束后压力曲线降低到初始压力以下，并且形成了带有陡的断面的水平段（图 4.4 (b)）。有经验的试验员知道，这不是计量上的错误，实际上相反，这是按照零线进行校准的方便的手段。在实际中，在真实的测量范围中，这个水平段对应的压力为 $p \approx 0$ ，更准确的是对应的饱和蒸汽压。如果对于单相液体建立了一个计算数学模型，那么在图的这个水平架位置上，我们得到的是负的压力而不是压力为零，而物理意义上这种情况是不可能的。唯一可以解释的是，实际上这里发生了带有气相形成的单相液体的不连续，形成了气相。在供油系统文献中类似于残余压力那样，将气态体积叫做残余气体体积。

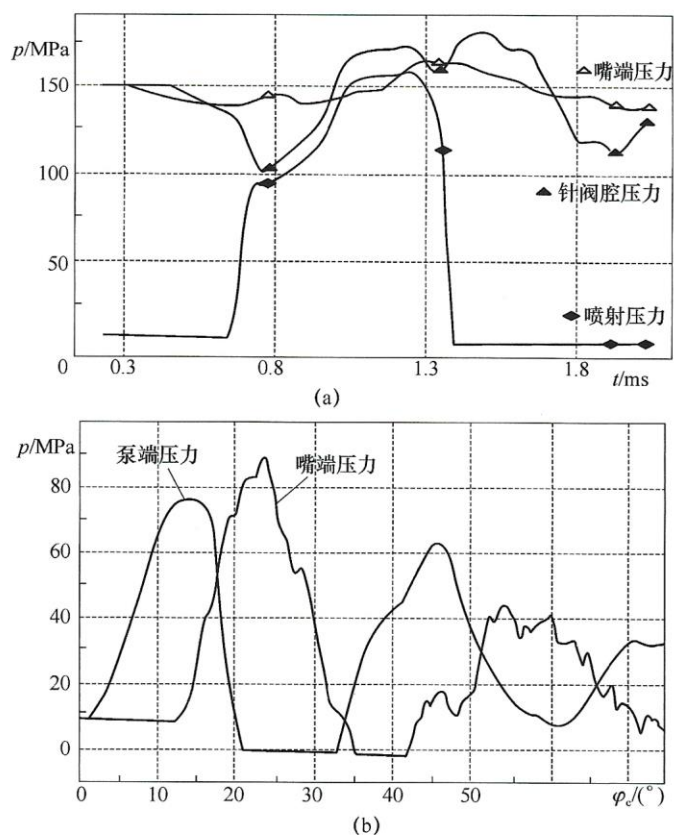


图 4.4 高速柴油机的供油装置中的高压油管内的压力波动现象引起的高压管道内燃油压力
(a) 带有 Bosch 喷油器的共轨供油装置；(b) 带有 Bosch VE 泵的直接作用式供油装置

在高压油路中气相的形成一定是由于供油过程不稳定造成的，在供油过程中可能发生了液体从高压油管的两端流出（在泵端，由于供油切断造成的；在嘴端，在供油结束时），大的真空度主要是由于压力波动过程形成的。

МАДИ（莫斯科国立汽车公路技术大学）^[19,143] 和 МГТУ（莫斯科鲍曼国立技术大学）^[29] 对供油系统中气相进行了大范围而深入的研究，了解到最大的气泡尺寸为十几个微米，气相分散在高压油路内，包括在高压油管和油腔中，但气相分布不是均匀的：在高压泵附近气相分布比较多。我们所研究的过程类似于液体瞬间生成气泡的过程。在供油结束后气体的体积含量很少超过 1%。减小平均压力和提高压力波动过程的幅值等因素均促进气相的形成，比如：减小高压油管的直径和长度，减小油腔的体积，增加泄油量，降低喷油器启喷

压力 p_{n0} 等。

气相对于供油来说基本上是负面的。从图 4.1 看到，在绝热过程中气体的压缩性系数以 $\beta = -(kp)^{-1}$ 形式给出，即气体压缩性系数比液体燃料的压缩性系数大四个量级。因此不大的气体含量会明显的增加混合物的压缩性和降低声速，请看公式 (4.5)。气体含量加剧了喷油提前角随柴油机转速变化的不合理的关系；增加了柱塞有效行程损失在燃油压缩上的部分，最终减小了高压油泵工作流量的储备；减小了平均喷射压力；增加了供油的不稳定性；增加了喷油规律前锋面的斜度，而这种情况在今天是希望得到的。

残余气体体积具有下面的特点：如果一次产生，在快速流动过程中只有在压力 6 ~ 12 MPa（对于柴油）下残余气体才会完全消失。这样，气相在下一次供油循环前以非溶解性的状态存在，并且在 $p_{ocr} > 0.1$ MPa 时出现了燃油两相状态的滞后现象（图 4.5）。在气相的运动学中还存在很多问题。从建立数学模型的观点来说考虑气相是必需的，并且不仅仅是考虑气相的消失，还需要考虑气相在供油过程中的形成，并且迫切需要在高压油路中存在气体的情况下对介质特性进行完全相符性的描述（4.3 节）。

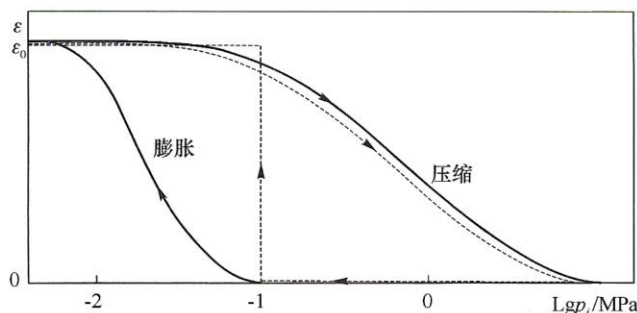


图 4.5 两相状态的滞后（实线）和它的示意图（虚线）

在直接作用式供油装置断油时，低压油路中产生了强烈的压力波动过程。低压油路中压力波动达到了 10 MPa，发生了燃油加热，特别是在小的循环供油量下。除了泄油还存在更弱的扰动源：活塞式输油泵的作用，在柱塞运动开始时燃油经过进油口的挤出。压力波动可能破坏柱塞上腔的充油。燃油蒸汽和在燃油流不连续情况下分离出的空气促进了高压油泵零件的气穴侵蚀。为了消除这种现象，把进油腔和泄油腔分开，应用活塞式阻尼器，节流阀和其他类型的阀，增加油腔的体积等。

4.1.8 黏性效应

在供油装置中黏性效应具有一些非常重要的表现。黏性取决于组分：汽油的运动黏度在 20 °C 时接近于 0.8 cSt ($0.8 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$)；夏季柴油的运动黏度为 3 ~ 6 cSt，而冬季柴油运动黏度则为 1.8 ~ 5 cSt；发动机重油在 50 °C 时运动黏度达到 150 cSt；80 °C 时运动黏度达到 120 cSt。在供油装置中所使用的运动黏度范围内，黏度取决于温度和压力，例如对于柴油在标准条件下的运动黏度^[148]：

$$\begin{cases} \nu_t = \nu_{20} + (1.1\nu_{20} - 0.3 \cdot 10^{-6})(1.3 - \lg t) \\ \nu_t/\nu_{20} = \exp[p(0.014 + 1.56 \cdot 10^{-5}\nu_{20})] \end{cases}$$

黏性在限制精密偶件中的燃油泄漏时保证了精密偶件正常工作的能力。供油装置的新结构中，对于间隙两侧提高压力的情况，要求在考虑黏度随压力和随间隙长度可变性的变化上

进行计算，其中计算也需要考虑到精密元件的变形。

在微米级的间隙中的流动摩擦形成了供油装置元件的运动阻力。流动摩擦描述的必要性对于共轨式供油装置是迫切需要解决的，这是因为在共轨式供油装置中摩擦的数量、摩擦力的数值和摩擦表面增加，使得间隙减小、间隙中燃油的压力升高（自然增加了黏度）、多次喷射过程中喷射频率提高。这些问题将在 4.8 节进行进一步的讨论和研究。

黏性的另外一种表现形式——高压油管的流动阻力。曾经我们认为，对于沿着长的高压油管供给重油的船舶系统来说，流动阻力是非常重要的。但是在中速和高速柴油机强化喷射的现代化的供油装置中，燃油的运动速度达到了 100 ~ 140 m/s，因此流动阻力这个问题同样也具有现实意义。如果流动阻力的影响是非常重要的，那么柱塞上腔的压力和用于高压油泵传动的负载会增加，而喷射压力 p_{inj} 却降低（图 4.6）。这种情况下耗散效应比动力学效应更重要。在改变高压油管长度情况下，供油装置的压力波波动方向性使得图 4.6 上的柱塞上腔压力曲线的单调性产生弯曲。在供给黏度更大的燃油时，压力和运动黏度的关系 $p = f(\nu)$ 具有单调性。可以认为流动阻力小，降低了发生二次喷射的概率，也能促进喷油规律更加平缓的前锋面的形成。

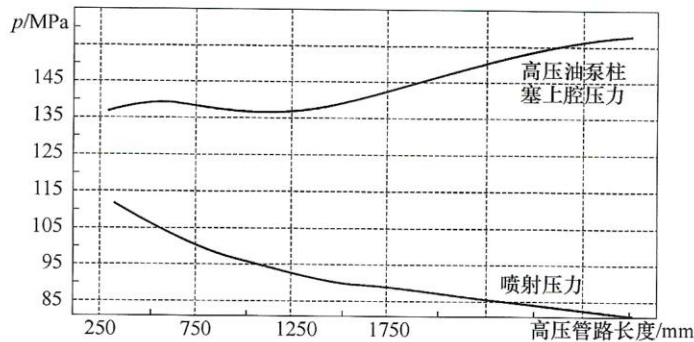


图 4.6 高压油路（高压油管 + 喷油器内油道）的长度对供油压力的影响
（柴油的运动黏度为 $\nu_{20} = 4 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ ）

在高压油管中燃油增压强度损失的最重要的因素——高压油管的长度、直径和燃油的黏度。在定常和非定常的流动中我们借助沿程阻力系数 λ 这一平均参数来评价压力损失，这里使用 Darcy - Weisbach 公式（达西 - 魏斯巴赫公式）：

$$\Delta p = \lambda L_{hp} \rho U^2 / 2 d_{hp} \quad (4.6)$$

这里： L_{hp} 为高压油管的长度； d_{hp} 为高压油管的直径； ρ 为液体的密度； λ 为沿程阻力系数，并且式 (4.6) 为单位体积的 Darcy - Weisbach 公式。

在详细的研究中可以利用摩擦系数这一局部参数和边界层外部速度 u_∞ 来评价：

$$c_f = 2\tau_w / (\rho U^2)$$

$$\Delta p = \tau_w \Pi_{hp} L_{hp} / f_{hp} = 2c_f \rho u_\infty^2 L_{hp} / d_{hp} \quad (4.7)$$

这里： τ_w 为壁面上的切向剪切应力； u_∞ 为在边界条件下的外部速度（远离壁面的）。

在关于供油装置的文献中，定量评价是采用在无限长的油管中针对定常流动的应用流体力学。例如，非常著名的 Poiseuille（泊肃叶）公式 (4.8) 和 Blasiu（勃拉修斯）公式 (4.9)：

层流流动的沿程阻力系数： $\lambda_L = 64 / Re_d \quad (4.8)$

$$\text{紊流流动的沿程阻力系数: } \lambda_T = 0.316/Re_d^{0.25} \quad (4.9)$$

只有当阻力效应本身很小时,使用公式(4.8)和公式(4.9)引起的错误才会忽略。文献[81]解释了因为没考虑高压油管的粗糙性引起了试验结果和计算结果的不一致。实际上,我们之前遇到的是带有毛刺、突出部、非常明显粗糙度和铁锈的高压油管,现如今直径2 mm的高压管道的粗糙度 Ra 为2~3 μm 。在使用计算阻力系数 λ 的已知关系式(图4.7)时,我们得到了以下结论:在粗糙参数 $d_{hp}/Ra \approx 1\,000$ 时,只有雷诺数 $Re_d > 10^5$ 时光滑和粗糙的管道中的沿程阻力系数 λ 才存在本质的区别,也就是说对于柴油的流动速度要大于200 m/s。如今能达到的流动速度小于120~140 m/s,而通常的流动速度则为5~80 m/s。因此对于层流流动来说,粗糙管道的概念总体上不适用。

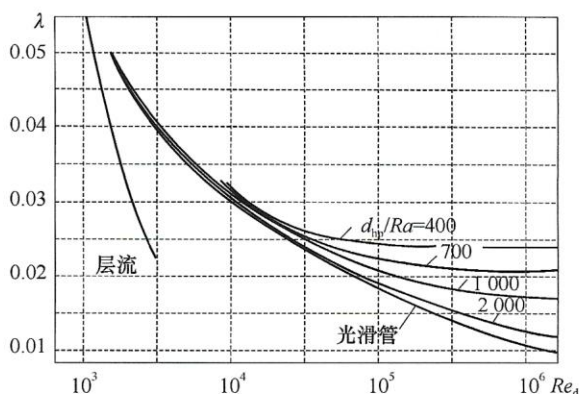


图 4.7 按照全俄罗斯热力工程院的资料,在管道内稳定流动下的沿程阻力系数

公式(4.8)、公式(4.9)的应用误差是由于在水管中和在供油装置中流动过程的不同造成,最重要的区别是流动的非定常性,因此造成沿程阻力系数 λ 在水管中和在供油装置中相差许多倍。在应用流体力学中对于振荡流动的沿程阻力系数 λ 定义进行过不少的研究,但是很可惜,这些方法在处理振荡过程的类型上,在 $\partial U/\partial t$ 加速度的量级上并不适用于供油条件。在供油装置中流动是从静止状态开始(理论上是在开始时刻 $c_f \rightarrow \infty$),而 $\partial U/\partial t$ 却达到了 10^4 。这不仅仅要求建立专门的计算方法,而且要求弄明白流动过程的特点:初始条件,发展过程中的动力学等等。

沿程阻力系数之间的差别属于之前没有研究的关于流动状态的内容。我们知道,流动的加速使得燃油流层流化,流动的减速则使得燃油流紊流化。这是否意味着,紊流流动不可能从供油的早期阶段产生?流动的不稳定性的出现不仅仅是受到雷诺数 Re_d 的制约,而且也受到边界层厚度和扰动频率的制约。对一些研究工作结果的评价可以预测,在供油过程中产生明显的紊流流动,而另外一些评价则预测到层流流动的产生。我们明白,如果按照平均参数来评价的话,紊流状态是可能出现的,但是紊流状态不可能一下子就出现:紊流是在燃油流流动过程中产生的,因此适用于紊态流动状态的雷诺数 Re_{kp} 并不适用于供油装置中的流动状态。综上所述,在以下方面存在进行详细研究的必要性:采用直接的试验手段研究高压油路中燃油流的结构;紊流产生的信息的获取;流动不稳定性产生的条件;瞬时流动摩擦的真实数值。在这些信息基础上建立高精度的摩擦力数学模型(4.6节)。

4.1.9 供油过程的非等温性

之前在创建计算方法和进行供油装置设计时,虽然供油伴随着非等温的现象,但是忽略了供油过程的非等温性。我们非常清楚,甚至是在油泵试验中燃油都会被加热,这引起了燃油参数的改变。对于一般的供油条件来说,随着燃油向喷孔运动,燃油温度从 $20\text{ }^{\circ}\text{C}\sim 40\text{ }^{\circ}\text{C}$ 被加热到 $70\text{ }^{\circ}\text{C}\sim 100\text{ }^{\circ}\text{C}$,这使得燃油的压缩性增加了25%,黏度减小2.5倍,这对于重油和强化喷射的现代化的供油装置来说具有极其重要的作用。因此,在最近几年供油过程的非等温性方面的研究变得更加迫切^[184]。

在确定燃油可压缩性的过程中发现,在绝热压缩过程中压缩性系数 β 比等温过程中的压缩性系数小15%^[6]。实际上,供油是一个快速流动的多变过程。非常重要的热力参数包括:压缩引起燃油的加热、来自壁面的传热、机械能的耗散与相变。文献[46, 184, 121]进行了描述供油装置中非等温效应的一些尝试,但是,在以前并没有给出在供油计算过程中可以完整考虑到上述所提到的非等温因素的计算方法。解决方法的不清晰性和可信的信息的不足导致了矛盾结论的产生。在供油过程中缺少直接测量瞬时燃油温度。这些问题将在4.11节中做具体介绍。

本节结论:供油过程是液力机械和热物理学现象的综合体,不考虑这些现象的数学模型将不能完全相符地描述真实的供油过程。几乎所有的数学模型必须进行进一步的修正,需要专门进行试验研究,需要相符合的数学描述。上述这些问题的解决可以有助于我们快速创建供油装置。

4.2 单相燃油的可压缩性

在描述高压油管内燃油流动和腔内流动特性的闭合方程中,出现了大量关于燃油状态方程(参数间的关系)的常数和形式的问题。在空气动力学中为了替代传统的状态方程,使用压缩性系数 β 的关系式(4.1),所确定的声速 α 的关系式(4.5),还有用于将这些公式展开的补充经验关系式:

$$\beta = f(p, \rho, t) \quad (4.10)$$

在真实压缩性系数 β 和平均压缩性系数 $\bar{\beta}$ 之间存在一些概念上的混乱,这是因为并没有更详细的指出,什么样的压缩性系数对应着绝热、对应着等温或是其他的形式。实际上供油是一个多变过程:非等温性、耗散性、相变。但是直到今天,由于供油快速流动的特点,通常认为 β 是绝热条件下的压缩性系数。

在更加现代化和更加准确的计算方法中,使用状态方程(联系方程)和能量方程(4.5、4.7、4.11节)。在更传统的计算中使用压缩性系数 β ,这个压缩性系数的意义实际上考虑了供油过程中存在的所特有的非等温性(4.4节、4.7节)。对于这种情况来说,下面给出的对压缩性系数 β 的已知的表达式的分析是非常有意义的。

在图4.8上展示了对于柴油燃料进行的20个实验所得到的 $\beta = f(p)$ 这个最重要的关系。实验结果之间明显的差异是由不同燃料组中的压缩性系数 β 本身(没有给出压缩性系数的标准细则)的不稳定性,以及实验方法的差异(容器中的压缩或是通过管道内的声速计算 β)造成的,这两种方法都有自己方法上的误差。这样,在压缩过程中,在容器中总的压缩

性系数 β_{Σ} 定义如下:

$$\beta_{\Sigma} = -\frac{1}{V_f} \frac{dV_f}{dp} + \frac{1}{V_c} \frac{dV_c}{dp} \quad (4.11)$$

在这里, V_f 为燃油的体积; V_c 为测量容器的体积。

在压力为 1 000 大气压时, 甚至是刚性非常大的容器的变形也是存在的, 但是在试验中容器体积的改变却没有被记录。压缩速度、吸附在壁面上的气泡、泄漏都是实际存在的, 所有这些因素都导致压缩性系数 β 的升高。

在利用管道内的声速来确定压缩性系数 β 的方法中, 为了避免计算结果不正确的升高, 通常考虑压缩过程中密度的改变和油管的变形 (4.3 节)^[7]:

$$\alpha_{hp} = \left\{ \rho_0 (1 + \bar{\beta} p) \cdot \left[\beta + \frac{2}{E} \left(\frac{R^2 + r^2}{R^2 - r^2} + \mu_p \right) \right] \right\}^{-0.5} \quad (4.12)$$

但是这里一些特别重要的误差没有考虑到, 其中最重要的误差: 在管道内由于流动摩擦导致声速 α_{hp} 的降低。图 4.9 的实验结果用实例说明了这个事实。对于柴油而言, $\alpha_{hp} = f(\nu)$ 最大值发生在 $d_{hp} = 2$ mm 的管道内, 这是因为低黏度的燃油具有大的 β , 而燃油黏性是强烈的耗散因素。

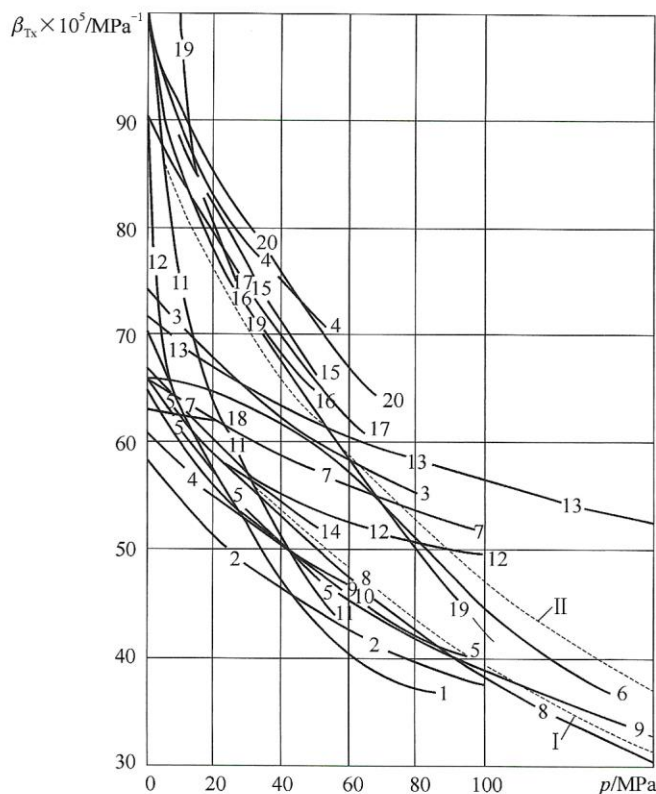


图 4.8 在 $t = 20$ °C 下根据 20 个实验结果的得到的柴油燃料的压缩性系数
曲线 I 和 II 相应的公式为 (4.17) 和 (4.14)

在图 4.8 上可以将曲线分成两组: 第“ I ”组: $\beta_{p=0} = (60 \sim 75) \times 10^{-11}$ (1/Pa) 和第“ II ”组: $\beta_{p=0} = (90 \sim 100) \times 10^{-11}$ (1/Pa)。第一组更接近于真实的压缩性系数, 第二组本身含有变形、非等温性、摩擦等误差, 但是它接近于通用数学模型计算得到的结果。对于高

压油管，在使用达朗贝尔解法 (D'Alembert) 和一系列传统的假设 (使用体积平衡方程和不可压缩液体的流量方程，不考虑腔体的变形，不考虑高压油管中的非定常摩擦，不考虑在 $p > 0$ 时的未溶解的气体，不考虑两相混合物的张弛现象，忽略热效应等等) 的数学模型的时候，对于 $p = 0 \sim 200$ MPa 时可以建议采用图 4.8 中曲线 II 的关系式，如下：

$$\beta_{\text{柴油}} = (a_0 + a_1 p + a_2 p^2)^{-1} \quad (4.13)$$

$$\begin{cases} a_0 = [1\ 053 + 4.7(\rho_{20} - 850) - 7.82(t_T - 20)] \times 10^6 \\ a_1 = 10.497 + 0.0141(t_T - 20) \\ a_2 = 0.9 \times 10^{-10} \end{cases} \quad (4.14)$$

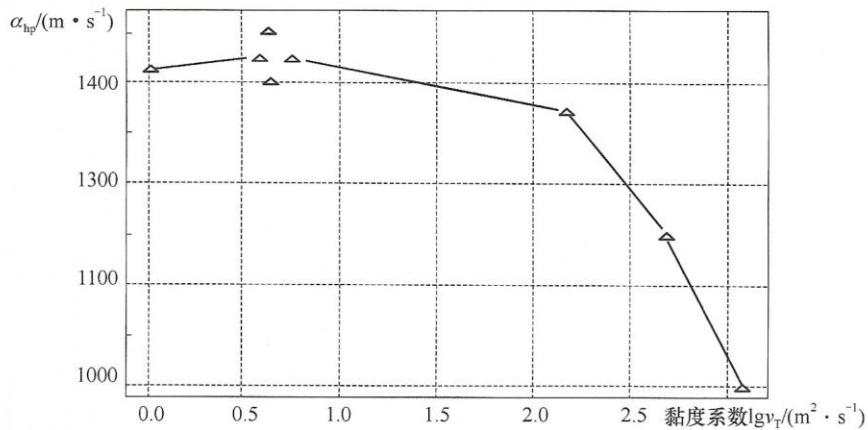


图 4.9 $\phi 2 \times 2\ 530$ mm 的管道内压力波传播速度和碳氢混合物运动黏度的关系

在这些相似的公式中温度以 $^{\circ}\text{C}$ 为单位，其他变量均采用国际标准单位。

图 4.10 描述了压缩性系数 β_T 的变化特性，是按照公式 (4.14) 计算得到压缩性系数随压力和温度变化的关系，对于柴油 $\rho_{20} = 835$ kg/m^3 。

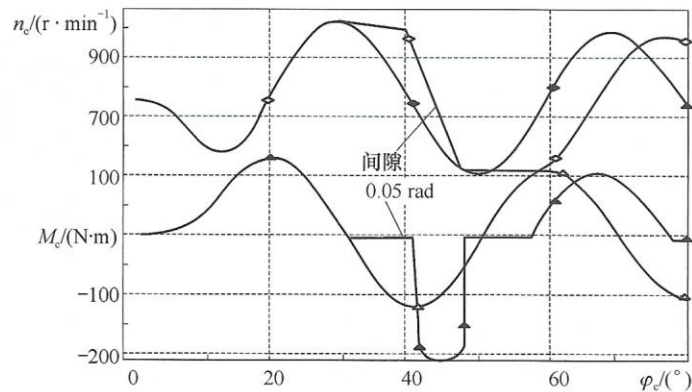


图 4.10 在 $t = 0 \sim 100$ $^{\circ}\text{C}$ 时按照公式 (4.14) 计算的柴油燃料压缩性系数在不同温度下随压力的变化关系

由于汽油机和多种燃料柴油机的高压喷射系统的发展，使得更加准确的确定汽油的压缩性系数 β 具有一定的意义。对于汽油来说，上述资料非常的少，并且它们有两个数量级上的差距。根据我们的实验结果，在 $t = 20$ $^{\circ}\text{C}$ 和 $p = 0 \sim 60$ MPa 时得到以下关系式：

$$\begin{cases} a_0 = [787.3 - 8.33(t_T - 20)] \times 10^6 \\ a_1 = 11.96 + 0.03046(t_T - 20) \\ a_2 = 13.65 \times 10^{-9} \end{cases} \quad (4.15)$$

与曲线“I”相应的弹性性质参见图4.8,而对于真实柴油燃料的绝热压缩性系数采用另外形式的计算公式。

在改进的供油模型中使用质量平衡方程,并且需要计算当前的密度和在无限容积中真实的声速 α_∞ ,因此必须要找到状态方程。对于液体来说,没有提出实际有意义的状态方程的形式(即 p, t, ρ 三个参数之间的关系),这样我们需要寻找对我们来说非常重要的并且方便使用的两个参数之间的联系方程,这两个参数可能是 $\rho=f(p)$,也可能是 $t=f(p)$ 。在这种情况下我们不得不考虑,计算是在每一个时间和空间步长上进行的,并且如果在计算的步骤中预先规定反向计算 $\rho \rightarrow p$,那么方程的隐性使得该方程在供油的计算模型中使用变得不方便。

对于液体来说传统上使用TeэT方程:

$$\rho/\rho_0 = \{1 - C \cdot \ln[(B+p)/(B+p_0)]\}^{-1}$$

但是这个方程仅仅是适用于气体,而不适用于液滴态液体。供油手册资料缺少这方面的信息,并且得到的常数 B 和 C 不具有通用性。对于正向计算和反向计算,利用文献[46]中得到的关系建立的联系方程的形式更加的方便:

$$\left(\frac{\rho}{\rho_{0t}}\right)^x = \frac{B+p}{B} \quad (4.16)$$

在这里为了使得数学模型更加准确,对于柴油我们给出以下关系:

$$\begin{cases} B = [222.3 - 1.26(t-20) + 0.62(\rho_{20} - 825)] \times 10^6 \\ x = 7.49 + 0.0086(t-20) \end{cases} \quad (4.17)$$

在这里 ρ_{20} 为在标准条件下的密度; ρ_{0t} 为在一个大气压下温度为 t 时的密度。

方程(4.16)反映真实的燃油弹性(如图4.8中的曲线“I”),同时也可以采用上述关系计算压缩性系数 β 和声速 α :

$$\begin{aligned} \beta &= [x \cdot (p+B)]^{-1} \\ \alpha &= \sqrt{\frac{x}{\rho_0} \cdot B^{\frac{1}{x}} (p+B)^{\frac{x-1}{x}}} \end{aligned} \quad (4.18)$$

或是:

$$\frac{\alpha}{\alpha_0} = \left(\frac{p+B}{p_0+B}\right)^{\frac{x-1}{2x}} \approx \left(\frac{p+B}{B}\right)^{\frac{x-1}{2x}} \quad (4.19)$$

本节结论:压缩性系数的表达式的正确性在传统的计算供油方法中得到了很好的证明。所得到的联系方程具有通用性,该方程不带有来自实验和传统计算供油方法引起的误差,更适用于现代供油模型。

4.3 供油过程中燃油的两相状态

准确描述两相燃油方法的研究工作具有迫切的现实意义,因为这对供给轻质燃油、液化气(丙烷-丁烷,二乙醚)、气态燃油混合物的计算都非常重要。对于一维流动来说,已知的流动模型有:均匀两相流模型、分离两相流模型和偏移流两相流模型。对于带一定气体体

积含量的液态介质, 力求使用均匀两相流模型, 该均匀两相流模型带有适用于单相液体但物理特性可变的方程。根据这个方法, 利用气泡体积或是气泡平均半径 R 来反映体积气体含量, i 表示单位体积中气泡的含量, 气体含量百分比为:

$$\varepsilon_g = \frac{V_g}{V_\Sigma} = iV_{\text{bub}} = \frac{4\pi}{3}R^3 i = \varepsilon_{g0} \left(\frac{R}{R_0}\right)^3 \quad (4.20)$$

在非正常供油过程中, 在压力变化条件下, 气泡状态可以用 Rayleigh 方程 (4.21) 或是另外一个方程 (4.22) 表示:

$$p_{\text{bub}} - p - \frac{2\sigma_f}{R} = \rho_{\text{mix}_0} \left[R \cdot \frac{d^2 R}{dt^2} + 1.5 \left(\frac{dR}{dt}\right)^2 \right] \quad (4.21)$$

$$p_{\text{bub}} = f(R_0, p, p_0, T, \mu_g, n_g, k_e, k_d, \dots) \quad (4.22)$$

方程 (4.22) 的形式和补充的闭合方程的形式可以根据所使用的假说和假设条件来改变。

燃油两相状态的假说类似于介质扩散过程, 在相关技术领域和供油领域的应用也是合适的, 得到了较多的应用^[46,91,143]。该假说认为在扩散介质中两种相态按照自己的规律独立压缩, 互相没有热量与质量交换。下面叙述计算两相状态的方法, 它是在 BMSTU (莫斯科鲍曼国立技术大学) 研究工作的基础上得到的, 并且以最简单的数学式形式反映气态燃料混合物压缩、扩散过程的物理特点。我们采用多变方程来代替式 (4.22):

$$p_{\text{bub}} = p_0 \cdot (\rho_g/\rho_{g0})^{n_g} = p_0 \cdot (V_{\text{bub}_0}/V_{\text{bub}})^{n_g} \quad (4.23)$$

并且我们得到了混合物密度的计算表达式:

$$\rho = \frac{m_1 + m_g}{V_1 + V_g} = \rho_{\text{mix}_0} \left[(1 - \varepsilon_{g0}) \left(\frac{V_1}{V_{10}}\right) + \varepsilon_{g0} \cdot \left(\frac{p_0}{p}\right)^{1/n_g} \right]^{-1} \quad (4.24)$$

其中, n_g 为多变指数; m_1 为液体质量; m_g 为气体质量; ρ_{mix_0} 为燃油混合物在标况下的密度; ε_{g0} 为燃油混合物在标况下气相的体积含量。

可以利用式 (4.10) 或是 (4.16) 来确定式 (4.24) 中的 V_1/V_{10} 。那么供油计算所必需的混合物密度表达式 (4.25) 和声速表达式 (4.26) 有以下形式:

$$\rho_{\text{mix}} = \frac{\rho_{\text{mix}_0}}{(1 - \varepsilon_{g0}) \cdot F_1 + \varepsilon_{g0} (p_0/p)^{1/n_g}} \quad (4.25)$$

$$\alpha_{\text{mix}} = \frac{(1 - \varepsilon_{g0}) \cdot F_1 + \varepsilon_{g0} (p_0/p)^{1/n_g}}{\sqrt{\rho_{\text{mix}_0} \left[(1 - \varepsilon_{g0}) F_2 + \frac{\varepsilon_{g0}}{p_0 n_g} \left(\frac{p_0}{p}\right)^{\frac{n_g+1}{n_g}} \right]}} \quad (4.26)$$

式中, ρ_{mix} 为两相燃油混合物的密度; α_{mix} 为两相燃油混合物的声速。

在使用燃油的压缩性系数式 (4.10) 和 (4.13):

$$F_1 = \exp\left(-\int_0^p \beta dp\right); F_2 = F_1 \cdot \beta \quad (4.27)$$

在使用联系方程 (4.16) 下:

$$\left\{ \begin{aligned} F_1 &= \left[\frac{B}{p+B} \right]^{\frac{1}{x}} \\ F_2 &= F_1 \cdot \beta = \frac{1}{(x \cdot B)} \cdot \left(\frac{B}{p+B} \right)^{\frac{x+1}{x}} \end{aligned} \right\} \quad (4.28)$$

虽然式 (4.25) 和式 (4.26) 具有清晰的物理意义, 在计算中使用非常方便, 并且方程接近于两种介质所具有的已知关系, 但是对于气态燃料混合物在 $n_g = 1.41$ 时这两个公式均给出了不正确的定量的计算结果。

我们不难发现在使用扩散介质方程时所产生的错误。实际上根据式 (4.26), 在低压条件下, 特别是在 $\varepsilon_0 > 0.2$ 时, 声速降低到十几米/秒。供给空气-燃油乳浊液的实验证明, 在 $p > 0.5 \text{ MPa}$ 时声速不会低于 $200 \sim 300 \text{ m/s}$ 。这种现象解释的原因在于, 高压油路中含有气体的燃料不是扩散介质, 而是蒸气气体-液体系统。另一个反常的现象在于: 在各个相态之间缺少热量、质量交换时, 根据式 (4.23) 计算得到的气泡中的温度在压缩过程中却达到了几千度。

4.3.1 两相混合物的简单模型

两相混合物的简单模型是在展开 Rayleigh 可变方程 (4.21)^[143] 的基础上建立的, 但是这种简单模型要求经验信息。只有当采用唯一的多变指数 n_g 达到计算所必要的可信性的前提下, 使用方便的式 (4.25) 和式 (4.26) 才成为可能。为了得到这个常数需要进行试验来确定瞬时声速和直接照相记录高压油路中的气泡。显微照相是在高压油路内的一个测量面积为 $27 \mu\text{m} \times 18 \mu\text{m}$ 的平面区域进行的, 放大率为 $1350:1$ 。认为直径为 $0.1 \mu\text{m}$ 的可见气泡图像的消失即为气相的消灭^[143]。在图 4.11 上给出了柴油机 B-46 的供油条件下的试验值和计算值的比较 (凸轮转速 900 r/min , 循环供油量 190 mg)。

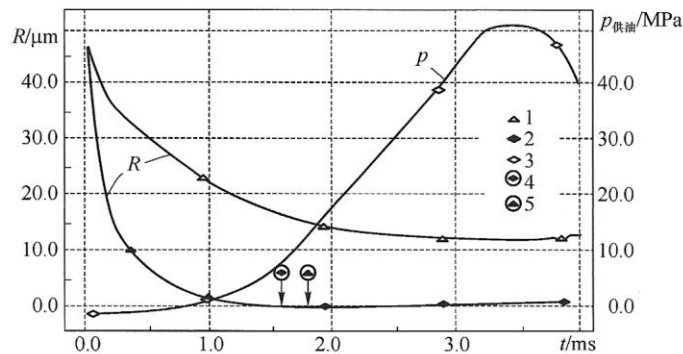


图 4.11 气泡随着压缩时间的破碎:

曲线 (1) — $n_g = 1.41$, 采用 (4.23) 计算; 曲线 (2) — $n_g = 0.33$, 采用 (4.23) 计算;
曲线 (3) — 外界压力的改变; 曲线 (4) — 按照声速稳定性进行气泡破裂的试验记录;
曲线 (5) — 按照照片上的大气泡减小到尺寸 $2R < 0.1 \mu\text{m}$ 进行气泡破裂的试验记录

最明显的改变是发生在供油初期, 气泡直径的改变与气泡的初始尺寸、压力、温度、时间因素、燃料的种类相关。对于燃料中的气相, 应用式 (4.23) 和寻找经验多变指数常数 n_g 的可能性受到限制, 主要是在供油过程中, 影响多变指数的压缩条件随压力和时间变化。图 4.11 以实例说明了这种关系, 以及在 $n_g = 0.25 \sim 0.33$ 时计算结果和试验结果的一致性。可以对多变指数 n_g 进一步修正, 但是数值上的波动受到不同计算方法所决定。在将供油的计算结果和试验结果进行校核时, 多变指数 n_g 接近于 0.33 时得到了计算值和试验数据良好的一致性。热力学多变指数 $n_g < 1.41$ 时证明了在两相扩散混合物的压缩过程中气体将质量和热量强烈的传给燃油。

在图 4.12 给出了使用两相燃油压缩模型 (4.26) 和 $n_g = 0.33$ 的 $\alpha = f(p, \varepsilon_0)$ 的关系式。

这种关系式指出, 在混合物中的声速 α 可能比在两种纯净介质中的任何一个介质中的声速都小 ($p < 0.5$ MPa, 如图 4.12 (a))。这种情况在物理意义上可以这样解释: 在气体含量很小时混合物的弹性改变的很明显, 但质量改变却很小, 同时振荡过程的常数 α 是根据质量和弹性之间的关系来确定。第二个观察到的是: 混合物中的声速 α 的减小要比在 $n_g = 1.41$ 下在类似的关系式中减小的更小, 这是气相更快消失的结果。这样, 含有任何初始气体含量 ($\varepsilon_0 > 0.9$) 的燃油在 $p > 10$ MPa 下实际上已经变成了单相燃油。模型 (4.26) 过于简单, 为的是具有通用性。在初始气体含量 ε_0 较大和 p 较小的情况下, 该模型计算的可信性不够, 但是这对于计算供油任务已经不重要了。在传统的系统中 ε_0 最大值也小于 0.01 ~ 0.02 (1% ~ 2%)。因此对于这些数值来说, 图 4.12, b 给出了混合物中的声速的重要的数据。

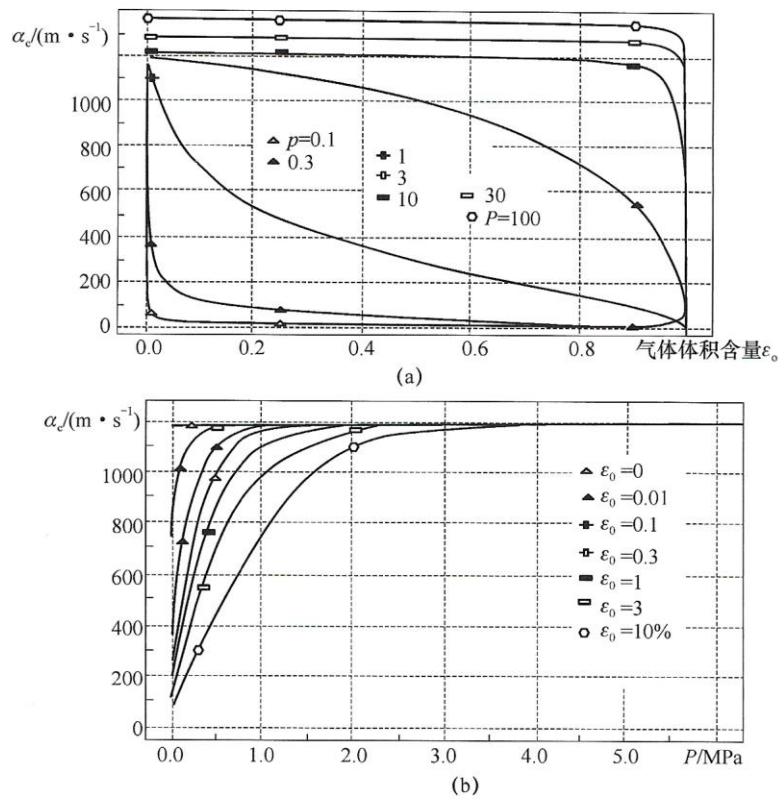


图 4.12 按照模型 (4.26) 计算得到的混合物压缩过程中声速随初始气体含量和压力的变化关系

在拓宽液态石油燃料下考虑两相状态的滞后 (图 4.5) 情况下, 气泡是在压力 $p \approx 0.1$ MPa 下出现的。与此相适应的是, 介质参数的算法是假设 $\varepsilon_0 = 0$ 或是 $\varepsilon_0 = \varepsilon_p$ (对于传统过程这没有区别), 并且压力扩大到 $p > 0.1$ MPa, 也就是按照式 (4.16) 和式 (4.19) 确定。在压力 $p < 0.1$ MPa 时介质参数根据式 (4.25) 和式 (4.26) 进行确定, 并利用 $\varepsilon_0 = \varepsilon_0$ 和 $p = 0.1$ MPa 的假设条件。最终, 我们使用公式 (4.25) 和公式 (4.26), $\varepsilon_0 = \varepsilon_0$ 和当前压力 p 来计算压缩。

本节结论: 在供油的快速流动过程中出现了燃油两相状态的滞后。在压缩乳剂时气体一直发生溃灭, 这里压力是决定性的因素。在液体石油燃油的供油条件下, 气相实际上是在压

力 10 ~ 12 MPa 才消失。对于气体含量较少的情况，可以应用简单的两相燃油的耗散多变模型。

4.4 达朗贝尔 (D'Alembert) 方法计算油管内的燃油流动

4.4.1 概述

供油计算伴随着解决边界任务的必要性。管道流动方程求解是计算的核心。可以采用一维方法求解，主要理由是：①管道和油路仅在长度方向上延展，没有支路油管；②可将高压油管中的流动按空间分成几个部分，分段求解。借助于解析解或是数值方法可以实现这一任务。解析解在计算的时间和可靠性上具有绝对的优势，不存在收敛性和稳定性问题。当采用更充分的原始方程时，数值计算要求更少的假设条件，并且可以确保最好的计算精度。

在忽略重力的情况下，非定常的一维黏性可压缩液体的流动可以用运动方程和连续性方程来描述^[155]：

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial t}[\rho f U] + \frac{\partial}{\partial x}[\rho f U^2] + f \frac{\partial p}{\partial x} = -KU \\ \frac{\partial}{\partial t}[\rho f] + \frac{\partial}{\partial x}[\rho f U] = 0 \end{cases} \quad (4.29)$$

在这里： t 为时间； x 为纵坐标； f 为横截面积； U 为速度； p 为压力； K 为耗散因子； ρ 为密度。

我们可以设立更加复杂的任务，比如多维计算任务，带有紊流假说的计算任务。这些复杂的任务对于供油装置油管的计算不能证明计算方法本身的正确性，因为多维计算限制和减慢供油装置的设计和优化过程。我们找到了一些计算方法的应用，这些计算方法的使用取决于面向任务的解决方法、允许的简化程度和可能的对 (4.29) 的补充条件。

4.4.2 计算方法的实质

在俄罗斯和欧洲国家，直至今今天供油的多数计算都使用非常普及的达朗贝尔 Д'Аламбер (D'Alembert) 压力波动方程解法（以后简称为达朗贝尔解法）^[143,42]。可以把这个计算方法称为解决油管内流动问题的最简单的解决方法。1948 年 И. В. Астахов 所提出的计算算法最接近于今天所使用的形式，因此人们把适用于供油装置的这种计算方法和他的名字相联系。在这之前 Н. Е. Жуковский 使用达朗贝尔解法描述液力冲击，这种方法允许足够相符地描述高压油管中的压力波动过程。方程组 (4.29) 和假设条件 $U \leq \alpha$ 和 $\Delta p \leq \rho$ 一起使用^[115,150]，即忽略对数项 $U \cdot \frac{\partial U}{\partial x}$ 和 $U \cdot \frac{\partial \rho}{\partial x}$ ，有以下形式：

$$\begin{cases} \frac{\partial U}{\partial t} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = -KU \\ \frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \frac{\partial U}{\partial x} = 0 \end{cases} \quad (4.30)$$

运动方程的第三项反映了压力差的损失（公式 (4.6)），这是一个源项，在一维液体运动学中具有通用性，是公认的。在这种情况下：

$$K = \lambda |U| / 2d_{\text{hp}}$$

我们使用声速表达式 (4.5) 进行方程组的闭合, 并对第一项按照时间进行微分, 对于第二项按照坐标积分并互相计算, 我们得到了电报方程:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} - \alpha^2 \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + K \frac{\partial U}{\partial t} = 0 \quad (4.31)$$

假设耗散非常小 ($K=0$), 压力波动方程变形为:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} - \alpha^2 \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} = 0 \quad (4.32)$$

这个方程有两个解析解^[63], 对于实际计算来说, 多变量函数的使用很不方便, 因此广泛使用达朗贝尔解法针对 $\alpha = \text{const}$ 的情况。如果对于所有的 x , 其初始条件为:

$$t=0; p(t,x) = p_0; U(t,x) = U_0 \quad (4.33)$$

那么方程解有以下形式:

$$\begin{cases} p_x = p_0 + F_x - W_x \\ U_x = U_0 + (F_x + W_x) / (\alpha\rho) \end{cases} \quad (4.34)$$

$U_0 \neq 0$ 的初始条件使用的非常少 (例如, 对于借助液压冲击喷射的供油装置), 但是它允许解释和评价液力冲击。这样在燃油流停止时我们有:

$$\begin{cases} U_x = 0, W_x = -U_0\alpha\rho \\ p_{\text{hydro}} = p_0 + U_0\alpha\rho \end{cases} \quad (4.35)$$

式中, p_{hydro} 为液压冲击力。

4.4.3 流动摩擦的考虑

通过使用方程组 (4.34) 和 Т. Ф. Кузнецов 的人工修正公式^[75] 实现了流动摩擦的考虑。实质上此时流动摩擦已经不属于压力波动方程, 而属于电报方程:

$$\begin{cases} F_x = F_{x=0} \left(t - \frac{x}{\alpha} \right) \cdot e^{-Kx/\alpha} \\ W_x = W_{x=L} [t - (L-x)/\alpha] \cdot e^{-K(L-x)/\alpha} \end{cases} \quad (4.36)$$

方程组 (4.36) 在起源上存在一定的不适合性, 仅仅考虑波动幅值而没有考虑波动相位变化。正因为 (4.36) 比较容易实现并提高计算的精度, 因而这个公式使用的非常普及。

虽然达朗贝尔解法获得普及应用, 但人们没有停止改进这种解法, 这些工作中有些是非常有成效的。在使用达朗贝尔解法时, “压力波动轨迹” 解法抛弃了原始公式中的对数项, 并且没有考虑声速和管道截面积的可变性, 非等温性也没有进行考虑。达朗贝尔解法简化描述燃油的两相流特性和流动阻力, 在边界方程中含有一系列的不准确性 (不可压缩液体的节流方程, 体积平衡, 腔变形的简化考虑)。因此如 4.2 节所指出, 为了计算声速 α 使用公式 (4.13) ~ (4.15), 这样也解释了为什么在一系列的研究工作中不使用真实的压缩性系数 β 而是使用平均压缩性系数 $\bar{\beta}$ ^[115]。

4.4.4 油管的分段性

油管的分段性在真实的供油装置的结构中经常遇到。在管道分段性的示意图中经常不考虑长油管直径的改变, 但是某些流动部分所特有的改变是必须要考虑的。我们把喷油器内部的油路按照长度和高压油管相比较, 就发现它们有不同的直径。如果喷油器内部的油路被解

释成高压油管的进一步延续，那么这样的理解是不准确的，像是忽略这段管路一样。图 4.13 比较了柴油机 4ЧН8.7/9.4（4 缸 4 冲程，缸径 87 mm，活塞行程 94 mm）在相等长度的高压油路下的共轨式供油装置的计算结果。第一种情况采用高压油管参数为 $\phi 3 \times 405$ mm，而第二种情况高压油管参数为 $\phi 3 \times 250$ mm，而喷油器油路参数为 $\phi 1.87 \times 155$ mm，高压油管的接管容积把高压油管和喷油器分开。从图 4.13 上看到第二种计算保证了计算结果和试验结果的一致性。

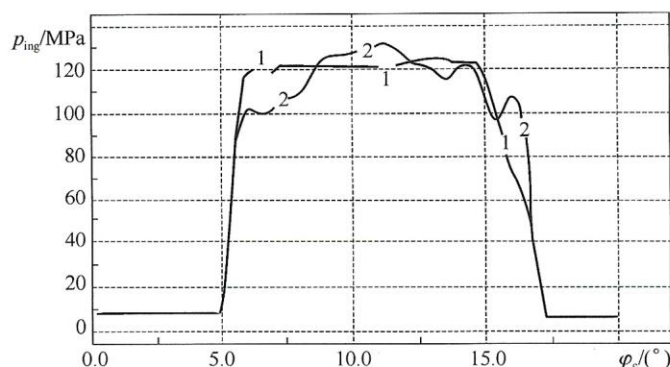


图 4.13 对高压油管不同设计方法下的喷射压力

1—采用一个高压油管；2—采用高压管道和带有过渡容积的油路

在考虑高压油管和喷油器滤清器的两端上的进口、出口的局部阻力时可以实现计算的某些修正：

$$\begin{aligned} p_{\text{hp}}^{\text{IN}} &= p_v - 0.25\rho U_{\text{hp}}^2; \quad p_{\text{hp}}^{\text{EX}} = p_v \\ \Delta p_{\text{fil}} &= 0.5\rho U_{\text{hp}}^2 (f_{\text{hp}}/f_{\text{fil}} - 1)^2 \end{aligned} \quad (4.37)$$

在这里： $p_{\text{hp}}^{\text{IN}}$ 为高压油管进口压力； $p_{\text{hp}}^{\text{EX}}$ 为高压油管出口压力； Δp_{fil} 为过滤器附近的压力差。

4.4.5 气相形成的计算

Л. Н. Голубков 和 И. В. Астахов^[143]曾经研究了带有高压油路中气相破灭的达朗贝尔解法的详细程序，而关于气相形成的计算程序却鲜有闻之。同时在小的残余压力 $p_{\text{ост}}$ 下，还有在非传统的供油装置中，气相可能在供油的过程中多次出现和消失。下面列举了相变计算的完整算法。和在 Л. Н. Голубков 和 И. В. Астахов 的计算方法中一样，这里在油管的每一部分上进行体积平衡分析。这个解决方法保证了在实际计算中较好的计算结果，但是，实质上，两相液体方程的解需要人为替换。因此某些压力波动的相互关系在和两相介质作用后需要采用试探性计算方法，即用试验数据对数学模型进行校核比用理论概念更能准确评价压力波动特性。

如果在当前区域上 $p_x < 0$ ，那么有：

$$\begin{cases} V_r = 2f_{\text{hp}} \Delta t \cdot (W_x - F_x) / (\alpha\rho) \\ V_{\text{gas}}^j = V_{\text{gas}}^{j-1} + V_r (1 - k_f) \\ k_f = p^{j-1} / (W_x - F_x); p^j = 0 \\ W_x^c = k_f W_x + p_0 / 2 \\ F_x^c = k_f F_x - p_0 / 2 \end{cases} \quad (4.38)$$

如果 $p_x > 0$, 但是 $V_{\text{gas}} > 0$, 那么气体消失这样描述:

$$V_{\text{под}} = 2f_{\text{hp}} \Delta t \cdot (F_x - W_x) / (\alpha \rho)$$

如果 $V_{\text{под}} < V_{\text{gas}}^{j-1}$, 那么油管的参数修正为:

$$V_{\text{gas}}^j = V_{\text{gas}}^{j-1} - V_{\text{под}}; p = 0; F^c = 0; W^c = 0$$

如果 $V_{\text{под}} > V_{\text{gas}}^{j-1}$, 那么修正参数等于:

$$\begin{cases} k_f = 1 - V_{\text{gas}}^{j-1} / V_{\text{под}} \\ V_{\text{gas}}^j = 0; F^c = F_x k_f \\ W^c = W_x k_f; p^c = p_0 + F^c - W^c \end{cases}$$

表达式 (4.38) 近似的描述了类似燃油两相状态滞后这样复杂的机理。两相状态的滞留在 4.3 节中更加准确的描述, 并且还解决了油管内流动的非连续衰变过程。图 4.14 是在上述计算模型下用实例说明了供油过程中气相的形成和消失。

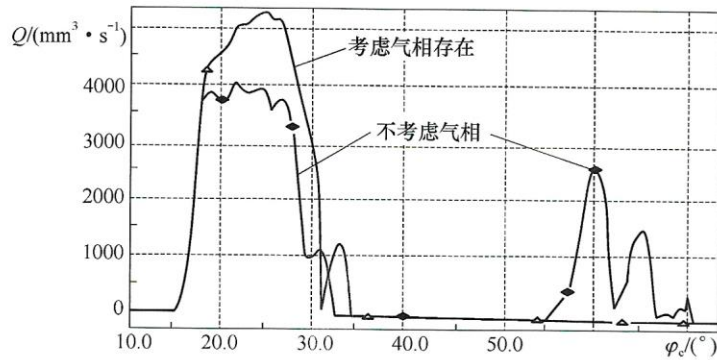


图 4.14 在考虑气体形成和不考虑气体形成的供油规律计算

这样, 对于带有直列泵 (高压油泵柱塞直径与行程比 $d_p/h_p = 7/9$ mm) 的柴油机 4ЧН8.7/9.4, 在凸轮转速为 2 200 r/min 和残余气体体积 $V_{\text{ост}} = 0.4\%$ 时, 结果上的差别涉及的不仅仅是供油幅值和供油持续期, 而且还涉及二次喷射的存在。

4.4.6 关于“压力波动轨迹”的概念

我们不得不讨论关于“压力波动轨迹”的概念, 因为这个观点在我们的国家 (俄罗斯) 很普及, 并且这个观点以提高计算精度为目标。“压力波动轨迹”这个概念在液体运动学和热物理学上是未知的, 没有获得物理意义上相符性的解释, 只是 И. В. Астахов 在承认该解决方法的人工性时解释了为什么要引入这个概念^[8]。我们比较长管道的第二个传感器中的试验压力和按照第一个传感器中测量的压力进行的计算结果 (图 4.15)。试验内容是这样的: 在长导管的第一个压力传感器位置测量一定的压力变化, 在第二个传感器位置测量得到了相应的压力变化, 同时针对第二个压力传感器位置进行考虑压力轨迹和不考虑压力轨迹的数值计算, 并进行相应的比较 (图 4.15)。

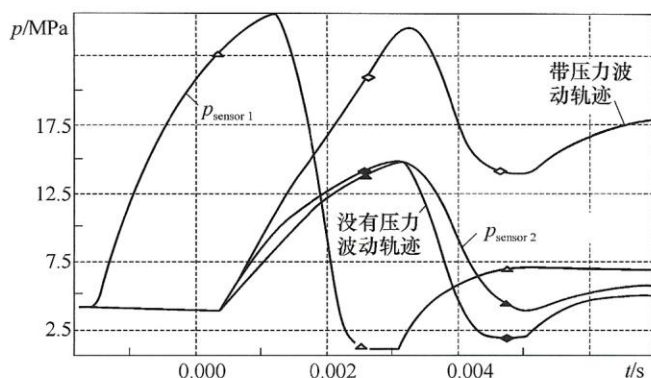


图 4.15 MITY 进行的在管道内供给运动黏度 $\nu = 147 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ 的燃油的试验
在长管道内 $p_{\text{sensor 1}}$ 和 $p_{\text{sensor 2}}$ 传感器测量的压力和考虑压力波动轨迹和
不考虑压力波动轨迹下的第二个压力传感器的计算值

在带有黏性燃油的长导管上进行的试验是为了分离出我们所要研究的现象。我们可以看到，在供油脉冲通过之后残余压力高于初始压力。流体摩擦的影响越强烈，这个效应就越强烈。唯一能解释的原因是在文献 [8] 中力图描述的“压力波动轨迹”的这个现象的出现。对于这个现象，假设损失在摩擦上的能量以压力势能的形式得到了补偿。在式 (4.36) 的右边部分补充“轨迹”项 p_{n}^{F} 和 p_{n}^{W} 来反映“压力波动轨迹”。“压力波动轨迹”方程在最简单的形式上这样给出：

$$\begin{cases} p_{\text{n}}^{\text{F}} = \int_0^T \frac{F_{x=0} [1 - \exp(-Kx/\alpha)] \alpha}{V'_{\text{h}}/f_{\text{hp}} + x} dt \\ p_{\text{n}}^{\text{W}} = - \int_0^T \frac{W_{x=L} [1 - \exp(-K(L-x)/\alpha)] \alpha}{(V'_{\text{n}}/f_{\text{hp}} + L - x)} dt \end{cases} \quad (4.39)$$

“压力波动轨迹”直接破坏了能量守恒定律，“压力波动轨迹”使用的结果（图 4.15）没有承受住人们的批评。如果供给柴油，那么残余压力实际上等于初始压力，不会出现反常的现象，使用这种方法没有任何意义。除了没有科学根据和无意义之外，“压力波动轨迹”减慢了计算。在摩擦力的重要影响下准确评价摩擦力和热效应的改进模型确保了相符性的计算。

本节结论：达朗贝尔解法是非常方便、快速、稳定的和通用的解决管路内流动问题的方法。当压力达到 50 ~ 100 MPa 时，在气相、热效应、流动摩擦影响很小的情况下修正的数学模型在可以接受的精度下描述供油过程。气相的多次产生和消失的计算是必需的。“压力波动轨迹”观点是错误的，是没有研究前途的。

4.5 有限差分解决油管内流动的任务

最简单的电报方程 (4.31) 的数学解法在直角坐标中^[121] 准许考虑声速的可变性，但没有考虑到对流项。在参考文献中描述了电报方程的有限差分法：首先，是按照显式差分格式^[42,121]，借助于在文献 [128] 中所描述的算法可以实现隐性 T 形差分格式。如果方程的

有限差分以如下的形式给出:

$$-A_i \cdot U_{i+1}^{j+1} + B_i \cdot U_i^{j+1} - C_i \cdot U_{i-1}^{j+1} = D_i$$

那么在线性扫描下所确定的扫描参数有如下形式:

$$E_i = \frac{A_i}{B_i - C_i \cdot E_{i-1}}; F_i = \frac{D_i + C_i \cdot F_{i-1}}{B_i - C_i \cdot E_{i-1}}$$

而在反向线性扫描下, 函数, 例如速度, 这样计算:

$$U_i^{j+1} = E_i \cdot U_{i+1}^{j+1} + F_i$$

4.5.1 特征线法

在俄罗斯国内, 特征线法得到了广泛的应用, 并且该方法直到现在仍然在国外的计算实践中得以使用^[57,151,211]。同样的, 方程 (4.31) 可以引入到系统中^[150]:

$$\begin{cases} \Delta U = v_{cp} \cdot \Delta x + (q + \Delta q/2) \cdot \Delta t \\ (1 + K \cdot \Delta t) \cdot \Delta q = \alpha \cdot \Delta v - 2K \cdot \Delta t \cdot q \\ \Delta v = v_{cp} \cdot \Delta x + s_{cp} \cdot \Delta t \end{cases}$$

式中:

$$\begin{cases} \frac{\partial U}{\partial x} = v; \frac{\partial U}{\partial t} = q; \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} = r \\ \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial t} = s; \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = m; z = 1 + K \Delta t \end{cases}$$

那么, 新计算时间步长下的速度:

$$U_{i+1}^{j+2} = K \Delta t (U_i^j + U_{i+1}^{j+1}) / Z + (U_{i+2}^{j+1} - U_{i+1}^j) / Z + (1 - K \Delta t) U_i^{j+1} / Z$$

特征线法的最大优点是不存在波动侵蚀, 该波动侵蚀受到差分格式和以特征线形式给出的微分方程系统的依赖区域临近性所决定。计算时间相对减少^[57], 但反射波、冲击波、非连续性的离散、波动的反射的计算使得算法变得复杂。考虑在浮动单元^[3]内声速的可变性的计算没有应用到供油的计算上: 明显复杂的算法提高了对存储空间的要求, 减慢了计算。在特征线收敛的情况下必须要注意检查计算程序以防止计算不稳定性的出现^[12]。

4.5.2 粒子轨迹法

在 1980—1990 年, 粒子轨迹法迅速发展^[12]。在莫斯科鲍曼国立技术大学的工作中使用该方法用来进行内燃机的燃气-空气系统的设计, 在莫斯科国立汽车公路大学的工作中采用该方法进行供油装置的设计^[143]。在第一阶段上, 燃油流被认为是减速的, 密度是固定的, 而运动方程不含有对流项:

$$\partial U / \partial t + 1/\rho \cdot (\partial p / \partial x) = 0$$

这个方程用一阶显性差分方程来近似。实际上对于每一个单元都遵守守恒性差分观点的原则。为了保证方法的收敛, 向差分格式中加入带有一定意义的某些系数的伪黏性项^[143]。在第二阶段(拉格朗日阶段)需要确定经过单元边界的质量流。第三阶段在考虑质量和脉冲沿长度重新分布的前提下寻找燃油流的新参数。粒子轨迹法具有一定的缺点, 这个缺点是和评价伪黏性数值相联系的。当伪黏性数值不够大时会出现不稳定的计算, 当伪黏性数值过大时数学模型不具有相符性。在非定常的条件内考虑流动摩擦这一关系上粒子轨迹方法是不适用的。

4.5.3 任意非连续离散的方法

人们对使用任意非连续离散的方法越来越有兴趣^[57,109]，该方法可以适用于内燃机和供油装置的脉动过程。任意非连续离散的方法之所以吸引人们的注意是因为其使用了保守差分格式，具有计算带有变截面的流动部分的能力，具有考虑到声速可变性的能力，具有计算带有冲击波的流动的能力等等。在非连续离散方法中，或者我们经常说的在 С. К. Годунов 的方法中^[156]，使用运动方程、连续性方程和能量方程：

$$\frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} \rho U \\ \rho \\ \rho(e + 0.5U^2) \end{bmatrix} + \frac{\partial}{\partial x} \begin{bmatrix} \rho U^2 + p \\ \rho U \\ \rho U(e + 0.5U^2 + p/\rho) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\lambda \rho |U| U}{2d} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{4}{3} \eta \frac{\partial U}{\partial x} \right) \\ 0 \\ -U^2 \frac{\lambda \rho |U|}{2d} - c_p (T_w - T) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{4}{3} \eta U \frac{\partial U}{\partial x} + \lambda_{TE} \frac{\partial T}{\partial x} \right) \end{bmatrix} \quad (4.40)$$

把他们写成如下通用的形式：

$$\frac{\partial}{\partial t} W + \frac{\partial}{\partial x} F(W) = Y$$

和在 Lax - Wendroff 的两步法中一样，首先根据已知的 W_i^j 求解近似中间值 $F_{i+1/2}^{j+1/2}$ ，然后按照定中心公式来求解 W_i^{j+1} ：

$$W_i^{j+1} - W_i^j = \Delta t / \Delta x \cdot (F_{i+1/2}^{j+1/2} - F_{i-1/2}^{j+1/2}) + Y_i^j$$

如果压力波从点 $(i+1/2)$ 运动时是突变的，那么速度上的不连续和压力的不连续相联系，以至于在动量守恒方程中得以表现^[126,156]：

$$\begin{cases} M^+ \cdot (U_{i+1/2}^{j+1/2} - U_{i+1}^j) = (p_{i+1/2}^{j+1/2} - p_{i+1}^j) \\ -M^- \cdot (U_{i+1/2}^{j+1/2} - U_i^j) = (p_{i+1/2}^{j+1/2} - p_i^j) \end{cases}$$

在这里： M^+ 和 M^- 是通过突变单位表面的液体质量流。

在气体动力学中对于带有突变的流动， M^+ 和 M^- 是根据非连续区域内的状态方程 (Rankine - Hugonio 方程 (兰金 - 于戈尼奥方程)) 来求解。在考虑状态方程的单独形式下确定 M^+ 和 M^- ，而根据 M^+ 和 M^- 来确定 $p_{i+1/2}^{j+1/2}$ 和 $U_{i+1/2}^{j+1/2}$ 。由于压力进入到状态方程中，所以不得不求解带有迭代的任务。我们从上一步迭代或是临时层上获得真实的 M^+ 和 M^- 。解法的线性化被认为是一种替代性的解法，即引入关于不连续不存在的假设。此时本质上简化了计算程序，并且 $M^+ = M^- = \alpha \rho$ 。在所提出的带有完整程序的算法中，非连续离散方法适用于供油装置，并在实际计算中使用^[109]。

燃油的状态方程形式并不总是能弄清楚，而对于非连续情况状态方程还不能使用。此时非连续离散的完整程序的使用看起来是不正确的，是耗费使用者大量时间和精力。供油装置中的冲击波和超音速流从来都没有被记录过，并且在供油装置中没有它们出现的条件：要么是体积供油量很小，压力波动强度很小，要么是气相已经消亡并且 $U \ll \alpha$ 。同时按照非连续离散的完整程序的计算要比采用特征线法的计算慢 20 倍^[57]。我们认为这种计算的优点在于具有更加准确计算二次喷射的能力，特别是在气相存在的情况下^[109]。

线性化的解法本质上简化了计算程序,缩短了计算时间,并证明了计算不存在突变^[126],并且非连续离散的提出者也在采用线性化解法^[156]。实际上重要的是肯定了借助于联系方程 p 和 ρ (例如,式(4.16))的非连续离散的简化程序来解决供油任务的潜力。这允许展开液力-气体动力学中的已知函数黎曼不变量 σ_{\pm} ^[83]:

$$\sigma_{+} = U + \int \frac{dp}{\alpha\rho}; \sigma_{-} = U - \int \frac{dp}{\alpha\rho} \quad (4.41)$$

并且允许借助它们的帮助采用校核的方法求解方程系统。

(1) 非连续离散任务的线性化解法

对于带有变化的物理性质的黏性燃油的非定常流动来说,在莫斯科鲍曼国立技术大学的工作中所使用的非连续离散任务的线性化解法,按照我们的观点来看,在算法的复杂性、模型的可靠性、计算经济性方面都是最优的。该线性化解法可以用于计算非等温流动,应用在描述油管内、油泵腔内、喷油器油腔内、压力放大器内等的燃油流动。我们认为在带有平缓改变的不大的横截面的油路内的流动为准一维流动。此时,使用式(4.29),展开括号把 $\partial(\rho f)/\partial t$ 从第二个方程代入到第一个方程中:

$$\begin{cases} \rho \frac{\partial U}{\partial t} + U\rho \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial p}{\partial x} = -\frac{K \cdot U}{f} \\ \frac{\rho}{f} \frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \frac{\partial U}{\partial x} + U \frac{\partial \rho}{\partial x} + \frac{U\rho}{f} \frac{\partial f}{\partial x} = 0 \end{cases} \quad (4.42)$$

我们单独研究两个因素引起的油道 f 截面的改变。第一个因素是油路的几何尺寸,第二个因素是油管的变形。我们将使用 Φ 修正 Φ 来考虑油管的变形,通过声速有:

$$\begin{cases} \frac{\partial f}{\partial x} = \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_1 + \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_2 = \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_1 + f \cdot \Phi \cdot \frac{dp}{dx} \\ dr = \frac{r}{E} \left(\frac{R^2 + r^2}{R^2 - r^2} + \mu_{\Pi}\right) \cdot dp = \frac{r}{2} \Phi \cdot dp \\ df = 2\pi r dr = f \cdot \Phi \cdot dp \end{cases} \quad (4.43)$$

此时我们将第二个方程(4.42)写成以下的形式:

$$\frac{\partial p}{\partial t} \left[\frac{\partial \rho}{\partial p} + \rho \Phi \right] + \rho \frac{\partial U}{\partial x} + U \frac{\partial \rho}{\partial x} \left[\frac{\partial \rho}{\partial p} + \rho \Phi \right] + \frac{U\rho}{f} \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_1 = 0$$

如果在油管中的声速为 α ,而在无限空间内的声速为 α_{∞} ,则有:

$$\frac{\partial \rho}{\partial p} + \rho \Phi = \rho \beta + \rho \Phi = \frac{1}{\alpha_{\infty}^2} + \rho \Phi = \frac{1}{\alpha^2} \quad (4.44)$$

通过使用 $\alpha_{\infty} = f(\rho, p, T, \varepsilon_{\text{or}})$ 的关系式表达式(4.44)允许闭合系统(4.42)。最终计算油管中的燃油的流动方程为:

$$\begin{cases} \frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = -KU \\ \frac{1}{\alpha\rho} \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{U}{\alpha\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \alpha \frac{\partial U}{\partial x} = \frac{\alpha U}{f} \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_1 \end{cases} \quad (4.45)$$

在这里:

$$K = \frac{K^*}{\rho f} = \frac{\lambda |U|}{2d} \quad (4.46)$$

使用方程(4.44)和方程(4.46)扩大了计算能力。第一个方程允许描述两相燃油,类似于描述带有特殊物理性质的单相液体。第二个方程引入沿程阻力系数 λ , 更加的合理用

于非定常的燃油流动。经过叠加和计算 (4.45), 我们得到:

$$\begin{cases} \frac{\partial \sigma_+}{\partial t} + b_+ \cdot \frac{\partial \sigma_+}{\partial x} = -D_+ \\ \frac{\partial \sigma_-}{\partial t} - b_- \cdot \frac{\partial \sigma_-}{\partial x} = -D_- \end{cases} \quad (4.47)$$

在方程组 (4.47) 中使用黎曼不变量 σ_{\pm} (4.41) 和 b_{\pm} 和 D_{\pm} 标记:

$$\begin{cases} b_+ = \alpha + U; \quad b_- = \alpha - U \\ D_+ = KU + \frac{\alpha U}{f} \cdot \left(\frac{\partial f}{\partial x} \right)_1 \\ D_- = KU - \frac{\alpha U}{f} \cdot \left(\frac{\partial f}{\partial x} \right)_1 \end{cases} \quad (4.48)$$

在和方程组 (4.47) 作用时, 像 C. K. Годунов 针对 $D_{\pm} = 0$ 的情况那样, 首先我们计算中间的临近值 $b_{\pm}^{j+1/2}$, $\sigma_{\pm}^{j+1/2}$, 然后是计算 σ_{\pm}^{j+1} , 最后按照定中心公式^[126,156]:

$$\sigma_{\pm}^{j+1} - \sigma_{\pm}^j = -b_{\pm}^{j+1/2} \cdot (\Delta t / \Delta x) (\sigma_{\pm}^{j+1/2} - \sigma_{\pm}^{j-1/2}) - D_{\pm}^j \cdot \Delta t \quad (4.49)$$

根据 C. K. Годунов 公式, 流体不连续的动量方程、流量方程:

$$g_+ (U_{i+1/2}^{j+1/2} - U_{i+1}^j) = p_{i+1/2}^{j+1/2} - p_{i+1}^j; g_- (U_{i+1/2}^{j+1/2} - U_i^j) = p_{i+1/2}^{j+1/2} - p_i^j \quad (4.50)$$

我们对 (4.50) 线性化, 并采用计算假设条件^[126]: $\rho_+ = \rho_- = \rho$; $g_+ = g_- = g = \alpha \rho$ 。从 (4.50) 中我们有:

$$\begin{cases} p_{i+1/2}^{j+1/2} = (p_i^j - p_{i+1}^j) / 2 - (U_{i+1}^j - U_i^j) \cdot \alpha \rho / 2 \\ U_{i+1/2}^{j+1/2} = (U_i^j + U_{i+1}^j) / 2 - (p_{i+1}^j - p_i^j) / 2 \alpha \rho \end{cases} \quad (4.51)$$

在利用 (4.51) 我们得到:

$$\begin{cases} \sigma_{+i+1/2}^{j+1/2} = (p_{i+1}^{j+1/2} + p_i^j) / (2\alpha\rho) - (U_{i+1}^j - U_i^j) / 2 = \dots = \sigma_{+i}^j \\ \sigma_{+i-1/2}^{j+1/2} = \sigma_{+i-1}^j; \sigma_{-i+1/2}^{j+1/2} = \sigma_{-i+1}^j; \sigma_{-i-1/2}^{j+1/2} = \sigma_{-i}^j \end{cases}$$

在考虑 (4.49) 中的这些关系式的前提下, 最终我们得到了计算的显式差分格式:

$$\begin{cases} \sigma_{+i}^{j+1} - \sigma_{+i}^j + b_{+i}^j \cdot \Delta t / \Delta x \cdot (\sigma_{+i}^j - \sigma_{+i-1}^j) = -D_{+i}^j \cdot \Delta t \\ \sigma_{-i}^{j+1} - \sigma_{-i}^j + b_{-i}^j \cdot \Delta t / \Delta x \cdot (\sigma_{-i}^j - \sigma_{-i+1}^j) = -D_{-i}^j \cdot \Delta t \end{cases} \quad (4.52)$$

解 (4.52) 属于 Courant - Lsaacson - Rees 数学解法^[126]。对于这种解法, 计算稳定性的准则有以下形式:

$$(|U| + \alpha) \cdot \Delta t / \Delta x \ll 1 \quad (4.53)$$

在我们所研究的解决方法中有考虑声速按照时间和坐标变化的能力, 有考虑油路直径随长度变化的能力。借助于引入的函数 σ_{\pm} 和明显的正系数 b_{\pm} , 成功实现了用带有对第一个方程后差分和对第二个方程前差分的数值近似方程组。这保证了输运特性 (扰动的转移是借助于在速度方向上的对流实现的)^[128] 和稳定性 (在差分方向上和 $\alpha \Delta t / \Delta x \ll 1$ 条件下, 在差分方程的影响区域内部, 微分方程的影响区域的位置确保计算的稳定性^[65])

在计算的过程中为了计算局部声速和输出我们感兴趣点上的压力数值, 产生了确定流动物理参数的必要性。因此在确定 σ_{\pm} 之后我们使用有限差分的逼近法 (4.41):

$$\begin{aligned} (\partial \sigma_- / \partial t)_i &= (\sigma_{-i}^{j+1} - \sigma_{-i}^j) / \Delta t = [-U_{i+1}^{j+1} + U_i^j + (p_{i+1}^{j+1} - p_i^j) / \alpha \rho] / \Delta t \\ (\partial \sigma_+ / \partial t)_i &= (\sigma_{+i}^{j+1} - \sigma_{+i}^j) / \Delta t = [U_i^{j+1} - U_i^j + (p_i^{j+1} - p_i^j) / \alpha \rho] / \Delta t \end{aligned}$$

叠加之后我们得到单元内压力的相互关系:

$$p_i^{j+1} = p_i^j + (\sigma_{-i}^{j+1} + \sigma_{+i}^{j+1} - \sigma_{-i}^j - \sigma_{+i}^j) \frac{\alpha \rho}{2} \quad (4.54)$$

上述的两个表达式的差值允许我们得到计算单元内燃油速度的表达式。

(2) 边界条件

初始条件反映了不存在上一个循环引起的扰动： $t=0, p(t=0, x) = p_{\text{Hav}}, U(t=0, x) = U_{\text{Hav}}$ (在通常的供油装置中 $U_{\text{Hav}} = 0$)。借助于式 (4.47) 我们定义了油管初始端的边界条件：

$$\sigma_{-0}^{j+1} = \sigma_{-0}^j + b_{-0}^j \frac{\Delta t}{\Delta x} (\sigma_{-i}^j - \sigma_{-0}^j) + D_{-0}^j \Delta t$$

我们使用有限差分近似求解表达式 (4.48)，并考虑到油管的进口局部阻力 ζ_+ 和出口局部阻力 ζ_- ：

如果是 $U_0^j > 0$ 或者是 $U_{\text{lk}}^j < 0$ ，那么 $\zeta_{\pm(\text{IN})} = 0.5 (1 - f_{\text{hp}}/f_{\text{vo}}) \approx 0.5$ ；

如果是 $U_0^j < 0$ 或者是 $U_{\text{lk}}^j > 0$ ，那么 $\zeta_{\pm(\text{EX})} = (1 - f_{\text{hp}}/f_{\text{vo}})^2 \approx 1$ 。

此时对于油管的初始端和类似地对油管的末端：

$$U_0^{j+1} [\sigma_{-0}^j - \sigma_{-0}^{j+1} + U_0^j + (p_0^{j+1} - p_0^j)/\alpha\rho] / [1 + \zeta_{\pm} \cdot |U_0^j|/2\alpha] \quad (4.55)$$

类似地油管末端内的条件确定如下：

$$U_k^{j+1} [\sigma_{-k}^j - \sigma_{-k}^{j+1} + U_k^j + (p_{\text{vk}}^{j+1} - p_{\text{lk}}^{j+1})/\alpha\rho] / [1 + \zeta_{\pm} \cdot |U_k^j|/2\alpha] \quad (4.56)$$

在第 $j+1$ 步上，油管末端上的压力值根据边界条件首先来确定，而从式 (4.55) 和式 (4.56) 中解出的速度用来在第 $j+2$ 步上对压力进行求解。

(3) 隐式差分格式和广义差分格式

我们需要应用不同的差分结构图来解决上述提到的任务 (图 4.16)。带有符号“+”的结点属于第一个方程 (4.47) (对于 σ_+)，而带有符号“-”的结点属于第二个方程 (对于 σ_-)。

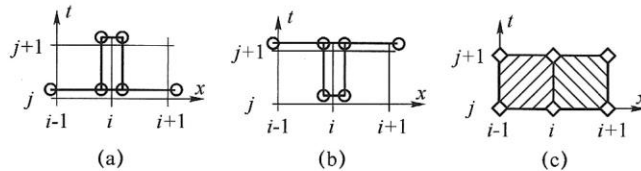


图 4.16 差分格式

(a) 显式差分格式；(b) 隐式差分格式；(c) 守恒差分格式

方程组 (4.47) 可以在方程组 (4.52) 中得以实现，即按照显式差分格式 (图 4.16 (a))。方程 (4.47) 的前差分和后差分的选择要和特性曲线的斜率相适应，并保证计算的稳定性^[65,126]。

方程组 (4.47) 可以用隐式差分格式来近似 (图 4.16 (b))。像我们所知道的那样，隐式差分格式保证了解法最好的稳定性，并且不存在条件 (4.53) 的限制，因此允许节约计算时间，加大计算步长。对于那样的系统我们有：

$$\begin{cases} \sigma_{+i}^{j+1} - \sigma_{+i}^j + b_{+i}^j \frac{\Delta t}{\Delta x} (\sigma_{+i}^{j+1} - \sigma_{+i-1}^{j+1}) = -D_{+i}^j \Delta t \\ \sigma_{-i}^{j+1} - \sigma_{-i}^j - b_{-i}^j \frac{\Delta t}{\Delta x} (\sigma_{-i}^{j+1} - \sigma_{-i+1}^{j+1}) = -D_{-i}^j \Delta t \end{cases}$$

最终，(4.47) 可以按照 4.16 中的 (c) 差分格式进行解译：

$$\begin{cases} \sigma_{+i}^{j+1} + \sigma_{+i-1}^{j+1} - \sigma_{+i}^j - \sigma_{+i-1}^j + (b_{+i}^j + b_{+i-1}^j) \frac{\Delta t}{2\Delta x} \\ (\sigma_{+i}^{j+1} + \sigma_{+i}^j - \sigma_{+i-1}^{j+1} - \sigma_{+i-1}^j) = -(D_{+i}^j + D_{+i-1}^j) \Delta t \\ \sigma_{-i+1}^{j+1} - \sigma_{-i}^{j+1} - \sigma_{-i+1}^j - \sigma_{-i}^j + (b_{-i+1}^j + b_{-i}^j) \frac{\Delta t}{2\Delta x} \\ (\sigma_{-i+1}^{j+1} + \sigma_{-i+1}^j - \sigma_{-i}^{j+1} - \sigma_{-i}^j) = -(D_{-i}^j + D_{-i+1}^j) \Delta t \end{cases}$$

为了研究上述所有的三种有限差分格式，使用了通用算法，该算法中的系数 x 可以从 0 变化到 1。算法以隐式差分格式中最复杂的程序为目标。在这个程序过程中对于每一个按照时间变化的第 j 步实现计算的下一个循环（加入时间标记 j ，设定 K, L 和 Q, F 为系统 (4.47) 的第一个和第二个方程的系数）：

1) 在进口和出口上的边界条件：

$$K_1 = 1; \quad L_1 = R_1 + (p_{IN} - p_1) / (\alpha_1 \rho_1); \quad Q_k = 1$$

$$F_k = R_k + (p_{EX} - p_k) / (\alpha_k \rho_k)$$

2) 式 (4.47) 中第一个方程的直接试算， i 从 2 到 k ：

$$Y = \sigma_{+i} - \Delta t D_{+i} - b_{+i} (1-x) (\sigma_{+i} - \sigma_{+i-1}) \frac{\Delta t}{\Delta x}$$

$$f = b_{+i} x \frac{\Delta t}{\Delta x}; \quad K_i = K_{i-1} \frac{f}{1+f}; \quad L_i = \frac{f L_{i+1} + Y}{1+f}$$

3) 第二个方程的反向试算， i 从 $k-1$ 到 1：

$$Z = \sigma_{-i} + \Delta t D_{-i} + b_{-i} (1-x) (\sigma_{-i+1} - \sigma_{-i}) \frac{\Delta t}{\Delta x}$$

$$s = b_{-i} x \frac{\Delta t}{\Delta x}; \quad F_i = \frac{F_{i+1} \cdot s + Z}{1+s}; \quad Q_i = Q_{i+1} \frac{s}{1+s}$$

4) 在进口和出口上的边界条件：

$$U_k = [(L_1 - F_1) \cdot K_k + L_k - F_k] / [1 - Q_1 K_k]$$

$$U_1 = L_1 - F_1 + Q_1 K_k$$

5) 为了确定物理参数，第三个线性扫描 ($i=1 \sim k$)：

$$\begin{cases} \sigma_{-i} = F_i - Q_i \cdot U_k; \sigma_{+i} = L_i + K_i \cdot U_1 \\ R_i^{j+1} = (\sigma_{+i} + \sigma_{-i}) / 2; U_i^{j+1} = (\sigma_{+i} - \sigma_{-i}) / 2 \\ p_i^{j+1} = p_i^j + \alpha_i \rho_i \cdot (R_i^{j+1} - R_i^j) \end{cases} \quad (4.57)$$

当 $x=0$ 时我们得到了图 4.16 (a) 所示的显式差分格式，而当 $x=1$ 时得到了图 4.16 (b) 所示的隐式差分格式，当 $x=0.5$ 时得到了图 4.16 (c) 所示的守恒差分格式。图 4.16 (c) 所示的差分格式适合于按照控制体积法进行的有限差分解法。原则上可以使用带有 x 在 $0 < x < 1$ 范围内的任意数值的算法，但是需要证明类似解法的可用性。

(4) 关于油管求解的结果分析

为了用图像形式给出计算的结果，我们研究了一个测试任务，这里模仿了一个简化的供油装置：末端带有孔的油管，油管的进口压力按照抛物线规律进行改变（图 4.17 中的曲线 5）。因为孔的面积是油管的横截面的 $1/16$ ，这样在压力波反射的作用下油管末端的压力高于油管的初始端压力。

和达朗贝尔解法相比较，电报方程式 (4.31) 应该保证更加好的计算可靠性，这是因为

它更加准确的考虑到耗散和声速的可变性。声速可变性的考虑使得电报方程比特征线法更加可取，在特征方法中的刚性单元中 $\alpha = \text{const}$ 。

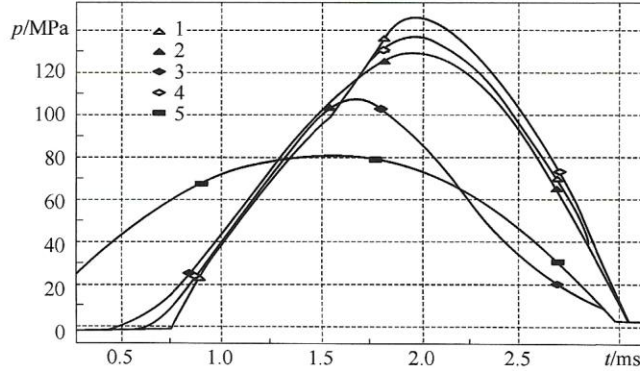


图 4.17 测试任务：油管（直径 2 mm，长为 800 mm）末端的压力， $V_{\text{кoн}} = 1\ 000\ \text{mm}^3$ ， $d_c = 0.5\ \text{mm}$

曲线 1—按照达朗贝尔解法，按照隐性的电报方程，曲线 2— $Co = 1$ ， $\alpha = \text{const}$ ；
曲线 3— $Co = 1$ ， $\alpha = \text{var}$ ；曲线 4— $Co = 0.1$ ， $\alpha = \text{const}$ ；曲线 5—给定的油管初始压力

在 Куран 准则数 $Co = 1$ 下按照显式差分格式的计算所给出的结果和按照达朗贝尔解法给出的计算结果是相符的（图 4.17 中的曲线 1）。在隐式差分格式里压力波动稍微受到“侵蚀”：压力波动更早一些来到油管末端，压力波的幅值减小（曲线 2、4）。声速可变性的考虑明显地改变了计算结果（曲线 2 和 3）。

在电报方程中考虑到了减慢压力波动的摩擦，但是没有考虑到加速压力波动的对数项。在波动方程中不存在两个相互矛盾的起作用的效应，并且波动方程的解接近于真实解。根据这个原因，和波动方程相比电报方程没有改进计算精度，最稳定和最经济的隐式差分格式由于压力波的“侵蚀”和数值解法的必要性使得计算精度变差，因此电报方程的解法没有得到广泛的传播。

使用显式差分格式的完整方程式 (4.47) 的解法保证了解接近于在 Куран 准则数 $Co = 0.2 \sim 1$ 范围内的解析解，虽然在 Co 趋近于 1.0 时可能表现出计算的不稳定性。隐式差分格式“侵蚀”压力波动，供油开始提前，压力波动幅值减小。当 $0 < x < 1$ 时解法本身的特性占据了中间的位置，当 $x = 0.5$ 时解接近于在 $x = 1$ 时所获得的值。在预测初始压力方面，采用守恒定律是最好的，并且初始压力取决于平衡状态。但是这应该与记录的边界条件的形式相符，否则优势将不可能实现。

如果在给定的 Δt 下，在增大 Δx 时，减小显式差分格式中的 Co 只会降低计算精度的话，那么在隐式差分格式中，相反地，在一些范围内可能获得真实解。人为删除原始方程中的对数项指出了在 $U \ll \alpha$ 的单相液体的流动下原始方程的有限值。

上面讨论了关于“压力波动轨迹”的问题。在使用更为严格的方法时，例如，非连续离散方法，在这些更为严格的方法中没有必要考虑“压力波动轨迹”。图 4.18 给出了按照带有“波动轨迹”的达朗贝尔解法的计算值（曲线 3），按照使用能量方程的非连续离散方法的计算值（曲线 4、5）和试验值（曲线 6、7）的比较。在非连续离散方法中借助于考虑瞬时的局部摩擦和耗散（热力效应），在幅值 - 相位上计算值和试验值的一致性不仅得到保证，而且保证了在不应用任何人为手段的情况下预测出脉冲通过后的压力升高的效应。

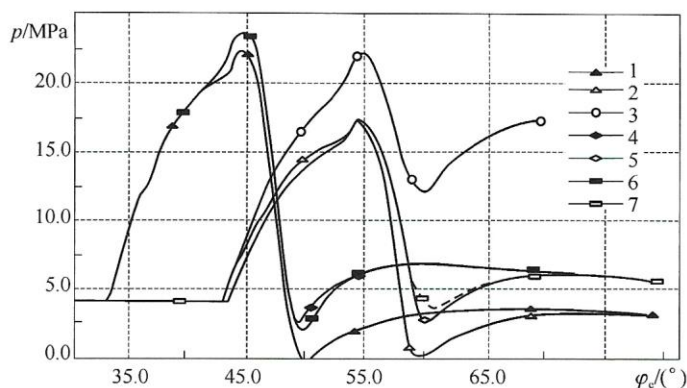


图 4.18 在间距 $\Delta L = 2.53$ m 的两个传感器内的压力随凸轮转角的变化:

$$n_c = 900 \text{ r/min}, \text{ 黏度 } \nu = 87 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$$

曲线 1 和 2—按照达朗贝尔解法; 曲线 3—按照带有“波动轨迹”的达朗贝尔解法;

4、5—按照方程 (3.24); 6、7—试验数据

对于低黏性燃油的供油来说, 在压力不大的情况下, 所有的上述分析研究的方法都能给出满意的计算结果。根据这个原因, 对于老一代的供油装置来说, 计算要求的升高并不是本计算方法的特点。

对于计算高强度喷射 (声速在 $1250 \sim 1570$ m/s, 燃油流速 $0 \sim 100$ m/s) 来说, 按照达朗贝尔解法获得的数值解和试验数据存在明显的差别, 按照非连续离散解法获得的数值解接近于试验值, 但在使用 Куран 准则 $Co = 1.0$ 时的计算出现了不稳定性, 因此 Co 的选择要求非常仔细 (图 4.19)。

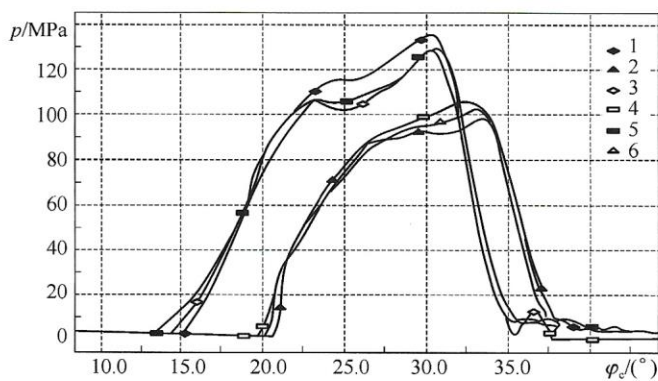


图 4.19 高压油泵内的压力 (1、3、5) 和柴油机 ЧН26/26 在 $\Delta g = 1.68$ g

$$n_c = 500 \text{ r/min} \text{ 计算步长 } 0.04^\circ \text{ 下的喷射压力 (2、4、6):}$$

(1、2) —按照达朗贝尔解法; (3、4) —按照式 (4.57), $Co = 0.9$; (5、6) —试验数据

还存在一个用于比较的观点: 解决燃油两相状态的任务。借助于联系方程 (4.25) 和 (4.26) 可以解电报方程, 利用非连续离散的方法可以解完整方程。电报方程只有针对气体含量较少的情况下才是可行的, 在压力较小和 $\alpha = f(p)$ 较大斜率的情况下计算并不稳定。相反地, 非连续离散的方法在供油完全结束前都是稳定的, 它保证计算值和试验值的一致性, 比按照达朗贝尔解法的修正计算得到的计算值和试验值的一致性更好 (图 4.20)。

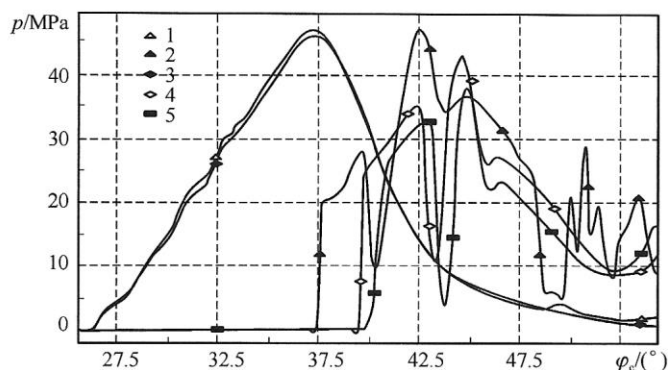


图 4.20 带有逐渐增大泄油的 B46 供油装置的
延长油管的初始端压力 (1、3) 和末端压力 (2、4、5)

(1、2)—按照达朗贝尔解法；(3、4)—按照非连续离散的方法；(5)—试验数据

当前存在一种观点，即计算时间已经不是在选择计算方法来解决工程任务中重要的评价指标。实际上这种观点是错误的。但人们认为，当出现更快运行速度的计算机时，使用者可以设立越来越复杂的任务。然而使用者的时间资源比计算机的工作能力更能确定计算时间。计算的持续时间不仅仅受到最优解寻找的限制，而且受到要保证循环供油量和一系列初始压力的迭代限制，此外在每一个循环中还受到计算步长和油管长度限制。和内燃机的普遍热力学计算相比较，流动计算以消耗大量的时间为特点，并且对于供油装置来说，流动计算在很大程度上受到油管计算量的制约。因此按照不同方法计算声速并进行比较是有研究意义的。在表 4.1 中给出了柴油机 4CH14.5/20.5 在 625 r/min, $\varphi_c = 50^\circ$ 的时间段内，计算一个供油循环的时间，使用的是显式差分格式。

表 4.1 计算柴油机 Д160 一个供油循环的计算时间 (s), $n_c = 625 \text{ r/min}$

求解方法			达朗贝尔	网格化求解	数值解
所求解的方程			波动方程	电报方程	全方程
计算工况					
$\Delta\varphi / (^\circ)$	Co	i_{hp}			
0.04	0.95	83	0.83	1.67	1.68
0.02	0.95	166	2.4	6	6.33
0.02	0.47	83	-	3.4	3.33
0.02	0.1	18	-	0.93	0.93

在油管划分相同的数量 hp 时，采用数值方法的计算时间比电报方程的计算时间的 2 倍还多。电报方程在计算可靠性方面输给了其他的解法，也不存在计算时间方面的优势。显性的非连续离散解法取决于 Куран 准则数 Co ，它和达朗贝尔解法相比可能改进也可能恶化计算时间。隐式差分格式使得计算时间增加到 1.6 ~ 2.3 倍，但它们在大的 Co 下具有较大的潜力。

本节结论：按照所提出的非连续离散的线性化方法的供油计算适用于高强化喷射的计算，适用于变截面的高压油管和油路的计算，适用于两相混合物的计算，适用于对计算精度有较高要求的计算。该计算方法可以用能量方程进行补充，确保考虑流动的非等温性。电报方程的数值解法在和达朗贝尔解法计算相比较时，并没有证明自己的正确性。对于简单的供

油参数来说，在简单的条件下应更方便地使用达朗贝尔解法。

4.6 非定常条件下的油管阻力

如果油管的静态溢出量试验值与按照 Poiseuille (泊松) 和 Blasiu (柏拉修斯) 公式 (4.8)、(4.9) 计算得到的溢出量相差不超过 1.8%，那么对于供给黏性燃油的非定常条件来说，压力波动的幅值就可能达到了 1.5~8 倍的差距。摆脱修正计算情况最简单的方法是利用系数 K_{stab} 对公式 (4.8) 和 (4.9) 进行修正。但是这种修正方法不具有通用性，存在层流流动或者粗糙度时，将产生错误的结论。用一维方法对供油过程进行求解，这是比较方便的，并且可以方便地使用沿程阻力系数 λ 或是摩擦系数 c_f ，但是对于供油的非定常过程必须对这两个系数附加另外的含义，并最终确定这两个系数。对于非定常流动的任何类型的运动方程均可以积分的形式给出：

$$p(x_1) - p(x_2) = \frac{\rho(x_1 - x_2) \partial U}{\partial t} + \frac{1}{f_{\text{hp}}} \int_{x_1}^{x_2} \int_{\Pi_{\text{hp}}} \tau_w d\Pi_{\text{hp}} dx + [\beta(x_2) - \beta(x_1)] \rho U^2$$

这里 $\beta = \frac{1}{f_P} \int_{f_P} \frac{u^2(r)}{U^2} df_P$ ，按照动量确定的速度 U 的平均系数。

这样，总的压降 Δp 由惯性、摩擦力和速度型线三部分组成。我们设定的非定常摩擦系数 λ_{hect} 并不是准定常的沿程阻力系数，而是评价摩擦和边界层变形的综合参数。 λ_{hect} 可以是负值。当 $\lambda_{\text{hect}} = 0$ 时，物理上发生了边界层的分离。哪怕是为了正确建立最简单的摩擦模型，关于边界层和紊流性的供油特有的信息都是必需的。边界层和紊流的这些试验之前是没有进行过的。

莫斯科鲍曼国立技术大学 (MITY) 进行过油管中燃油流动结构的试验研究，该试验研究有助于我们建立精确的数学模型^[29]。实验是采用拍摄记录带有粒子流的光脉冲的方法。按照公式 $u = \Delta S / \Delta t$ ，对图片 (如图 4.21) 进行的后处理避免了校准的必要性以及间接方法引起的计量误差^[53]。在没破坏流体结构的前提下，在高压和快速流动的条件下，对截面积为 $2 \text{ cm} \times 2 \text{ cm}$ 的流动部分 (图 4.22) 进行了测量。为了得到稳定的图像，脉冲发生器采用的电压为 2 kV，电流为 2 500 A，周期达到 15 ms，光源亮度为 10 cd/m^2 ，照片材料的灵敏度达到 25 000 单位。通过放大率为 1 350: 1 的显微镜实现了照片记录，瞬时压力通过模拟数字转换器记录到电脑中。

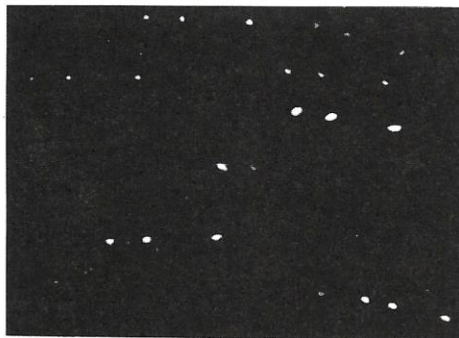


图 4.21 在三脉冲的侧面灯光下条件下，采用运动学研究方法获得的粒子照片

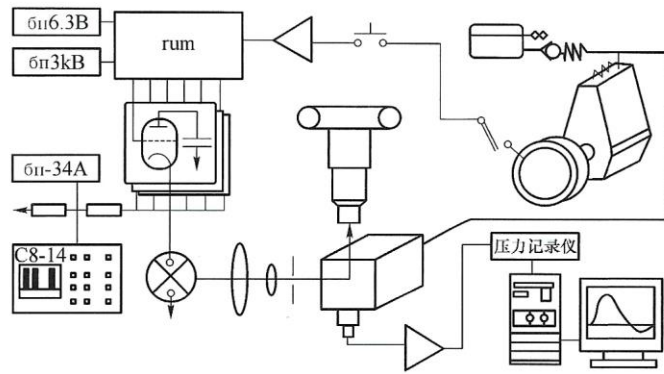


图 4.22 研究边界层和湍流结构的装置

4.6.1 非定常边界层的结构

高压油管中非定常边界层的结构、流动的紊流和稳定性是值得研究的问题^[29]，这些问题的研究揭示出在燃油流开始减速的附近发生了燃油的急剧紊流化。更确切的说，紊流化的情况取决于频率、循环供油量和燃油黏性等。可能存在层流流动和紊流流动，但是它们可以不具有这些类型的传统流动特性。重要的是，最初的层流燃油流动已经具有紊流的初级程度，并且这影响到流动不稳定性的发生，虽然在循环之间强度降低了许多倍（图 4.23）。

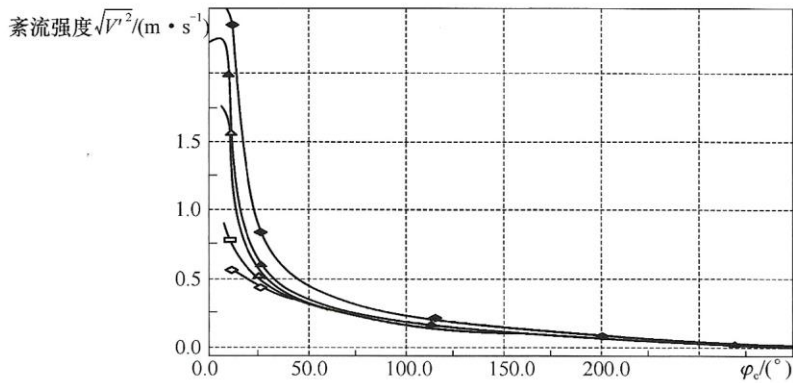


图 4.23 紊流强度和凸轮转速的关系
柴油， $d_{hp} = 2 \text{ mm}$ ， $n_c = 300 \sim 1\,000 \text{ r/min}$

对于柴油，紊流强度耗散的渐近关系：

$$\sqrt{v'_2} = 0.008t^{-0.85} \quad (4.58)$$

一方面，在紊流耗散结束后，紊流耗散曲线基本是一致的，之后表现为各向同性或均匀；另一方面来说，整体上层流流动可能具有间歇区域，层流向紊流的转变是有条件的，非定常流动时，这个转变的条件是不同的。

图 4.24 给出了通过照片后处理所得到的紊流强度沿横坐标的变化。在供油初期，在主要燃油流动内记录的仅仅是上一个循环留下的自由强度的紊流。在开始运动阶段，紊流的强度甚至低于按照公式（4.58）计算得到的紊流强度，这是由于燃油流动加速了层流化。随着时间的推移，在窄的靠近壁面的区域出现了紊流，这可以用在壁面上产生较大的速度梯度

$\partial u/\partial y$ 来解释这一现象 (图 4.25)。随着边界层的发展, 剪切流动的区域扩大, 最大紊流强度移开壁面, 它产生了更大黏性的层流化作用 (图 4.24)。重要的是, 紊流强度增加是因为速度 u_∞ 增加和时间因素的作用。换言之, 为了出现紊流不仅仅要求高的流速 ($Re > 2300$), 而且还要求作用时间。在后续的发展中, 沿着剪切流动的宽广的区域, 甚至是油路的所有宽度上都可记录到紊流。

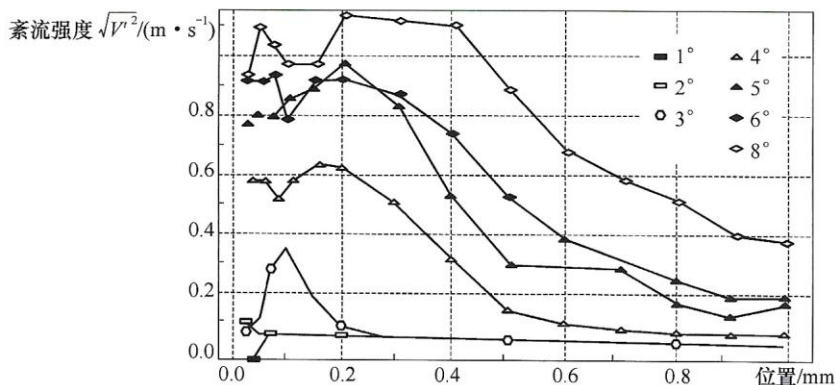
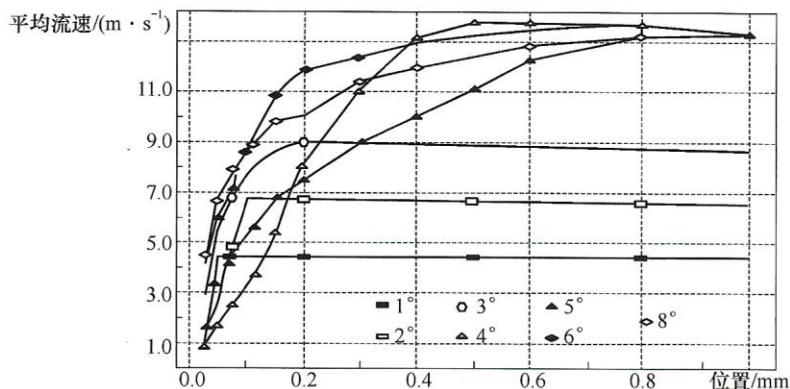


图 4.24 紊流强度曲线

图 4.25 平均速度曲线 (φ_c —从开始运动)

4.6.2 关于流动特性和层流向紊流转变条件的问题

流动特性和层流向紊流转变条件的问题对于计算沿程阻力系数非常重要。在雷诺准则 $Re = 10^2 \sim 10^5$ 和 $|\partial U/\partial t| = 900 \sim 50\,000 \text{ m/s}^2$ 范围内进行的燃油流的试验研究中得到的第一个结论: 在 $Re > 10^5$ 时可能存在层流流动, 在 $Re \rightarrow 0$ 时可能存在紊流流动。不稳定性的出现取决于 t 、 U 、 $\partial U/\partial t$ 、黏性和其他参数。在相关技术领域中为了评价雷诺准则, 使用参数 $(\partial U/\partial t)^{0.5}$ 或是 $2(L/U^2) \cdot (\partial U/\partial t)$ 。 $\partial U/\partial t$ 的影响显而易见, 但是不清楚怎么样去评价在有限时间内带有可变的 U 和 $\partial U/\partial t$ 的发展过程。同时我们知道, $\partial U/\partial t$ 的意义取决于 U 的绝对值和边界条件的发展程度。

在定常燃油流中对于交换系数 (摩擦系数) 和紊流发展来说, 离油管 (薄片) 初始端的距离是决定性的参数, 而在非定常流动中运动开始的时间是决定性参数。我们很容易理解的是, 对于从静止状态产生的任意流动来说, 摩擦段的长度是参数中物理意义上理由最充分最简单参数。

在 $U \neq \text{const}$ 条件下, 摩擦段的长度将反映边界层的发展, 并且将作为特征尺寸在准则关系中使用:

$$x = \int_0^t U dt \quad (4.59)$$

对于渐进收敛到极限情况 $\partial U / \partial t = 0$, 我们将在坐标 $\lg(Re_{kp} - 2300) - \lg(U^2/2x)$ 中寻找关系式。含有 $U^2/2x$ 的这一项反映了开始运动引起的相对加速度。在这种情况下, 已知的数据的规律性经受住了考验。在供油装置下进行试验, 在对试验坐标点的后处理上揭示了如下规律:

$$Re_{kp} = 2300 + 1.53(U^2/2x)^{0.5} \quad (4.60)$$

上述关系式说明了加速度对层流化的影响没有时间参数对紊流化的影响大。和其他已知的非定常的流动相比, 高压油路中流动稳定性的失去发生的非常容易, 即使 $\partial U / \partial t$ 值比较大。产生这一现象的原因是由于上一次循环引起的初始紊流的存在。

4.6.3 流动摩擦的特点

高压油路中的流动摩擦的特点区别于之前所研究的简单的情况。第一, 在 U 较小的情况下, 在运动的开始阶段 $\partial \bar{U} / \partial t$ 很大 (4.25), 也就是壁面上的摩擦和油管的阻力很大。非定常的第一个和最重要的表现是边界层的未充分发展区。非定常性的第二表现是 $\partial \bar{U} / \partial t$ 本身。这样, 加速使得速度型线变得丰满 (使沿程阻力系数 λ 增加), 减慢则使得速度型线变小 (使沿程阻力系数 λ 减小, 直至到零)。这两个因素相互作用: 加速对薄的边界层影响较弱, 但是很容易使得充分发展的边界层发生变形。通过滞后结构图 (图 4.26 (b)) 定性描述摩擦系数 c_f 随燃油流动加速度的变化。

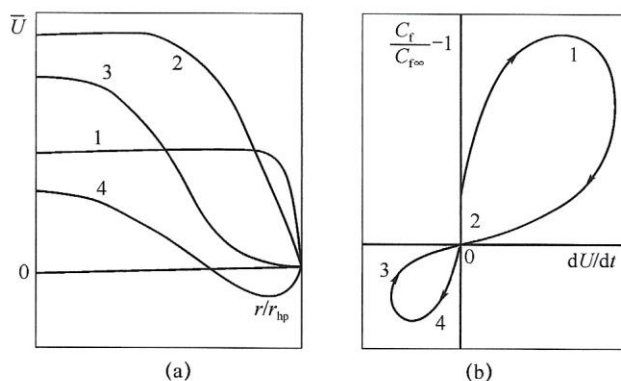


图 4.26 平均速度型线 (a); 非定常条件下的相对摩擦系数 (b)

1—加速; 2—准定常流动; 3—减速; 4—返回流动的转变

关于非定常性的两个因素的讨论引起了在准则关系中决定性尺寸的选择, 即摩擦段长度的选择, 见式 (4.59)。在这种情况下我们指出, 在供油装置的油管中可能存在准层流流动, 也就是说存在低强度的外部紊流, 这样的流动很容易转变成紊流流动。由于某些原因和非定常因素, 紊流流动沿程阻力系数 λ 的关系式不能用简单关系式表达。

4.6.4 高压油管中的阻力准则关系式

供油装置的高压油管中的阻力准则关系式是通过在供给黏度 $\nu = (1.09 \sim 1146) \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ 的液体下, 在 $U = 3 \sim 80 \text{ m/s}$ 和 $\partial U/\partial t$ 从 $+32\,000$ 到 $-90\,000 \text{ m/s}^2$ 的条件下流动的后处理得到的。按照式 (4.59) 计算尺寸 x 和边界层发展参数 $\bar{x} = x/d_{\text{hp}}$ 。非正常的沿程阻力系数 λ 以两种形式给出, 每一种都具有所要求的计算精度, 计算工作量也不大, 这些公式都可以反映出一个非正常效应 (边界层的发展) 或是两个非正常效应 (边界层发展和 $\partial \bar{U}/\partial t$)。对于层流流动^[27,30]:

$$\lambda_{\text{cam1}} = 7.07 \cdot \bar{x}^{-0.33} \cdot Re_d^{-0.67} \quad (4.61)$$

$$\lambda_{\text{cam2}} = 5.4(\bar{x})^{-0.2} Re_d^{-0.67} + 0.08(\bar{x})^{-0.2} \frac{d_{\text{hp}} \partial U}{U^2 \partial t} \quad (4.62)$$

对于紊流流动:

$$\lambda_{\text{turb1}} = 0.19 \cdot (\bar{x} \cdot Re_d)^{-0.25} \quad (4.63)$$

$$\lambda_{\text{turb2}} = 0.105(\bar{x})^{-0.2} Re_d^{-0.2} + 0.08(\bar{x})^{-0.5} \frac{d_{\text{hp}} \partial U}{U^2 \partial t} \quad (4.64)$$

上述的表达式是唯一的相符的描述供油装置中的供油过程, 它考虑了供油过程的最重要的物理特点, 是在供油装置的真实样件上得到的。该表达式的计算结果接近于理论模型的计算结果, 并且该表达式在使用上比较方便。图 4.27 和图 4.28 用实例给出了上述表达式的计算结果。由于物理上的不相符性, 较早之前推荐的 Poiseuille (泊松) 和 Blasiu (柏拉修斯) 公式 (4.8)、式 (4.9) 是不能接受的。上述引入的 λ_{unstab} 公式也是有不足的: 由于没有带有 $\partial \bar{U}/\partial t$ 的第二项, 在供油最开始和结束时引起了非常明显的偏差。在供给黏性燃油时, 在带有较大速度的完全层流状态下出现了特别的错误。

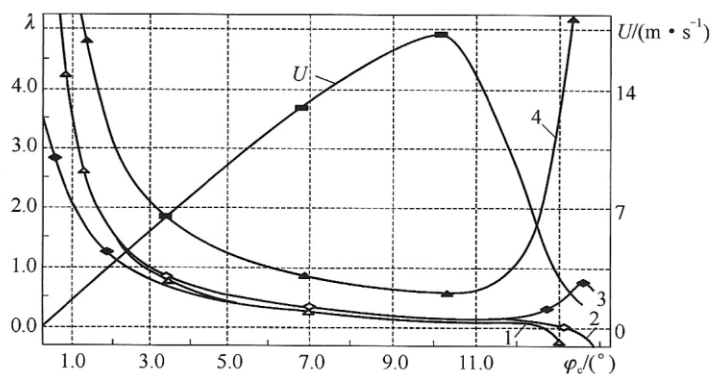


图 4.27 瞬时速度 U 和沿程阻力系数 λ

1—试验值; 2—按照式 (4.62) 的计算值; 3—按照式 (4.61) 的计算值; 4—按照 Poiseuille 公式的计算值

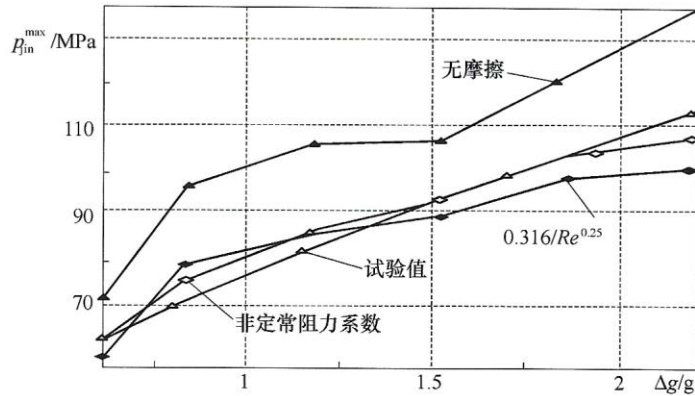


图 4.28 柴油机 D49 的试验压力和采用不同方式考虑摩擦情况下计算的最大喷射压力的比较

4.6.5 摩擦理论模型

192

任意非定常燃油流动中摩擦的理论模型可以建立在边界层理论方法基础上, 利用 Кутателзе С. С 和 Леонтьева Л. И 两位院士提出的渐近法^[79]建立。这些方法的具体实现, 其中包括对应用到供油装置中流动的层流流动的方法, 在文献[32]进行了详细的描述。

对于非定常的边界层, 计算是在对卡门 (Karman) 动量积分 (按照半径) 方程按时间进行积分为基础:

$$\frac{H^+ r}{u_\infty} \cdot \frac{\partial Re^{**}}{\partial t} + r \frac{\partial Re^{**}}{\partial x} = \frac{c_f}{2} Re_d - Re^{**} \frac{\partial r}{\partial x} + \frac{Re^{**} r}{u_\infty} \left[\frac{H^+}{u_\infty} \cdot \frac{\partial u_\infty}{\partial t} - (1 + H) \frac{\partial u_\infty}{\partial x} \right]$$

式中: $Re^{**} = \rho_\infty u_\infty \delta^{**} / \mu_\infty$; $H^+ = \delta^{*+} / \delta^{**}$; δ^{*+} 、 δ^{**} 为挤出的厚度和动量损失。

当前的摩擦系数 c_f 是在相对规律的基础上利用局部模拟假说计算得到:

$$(c_f/c_{f_0})_{Rem_x^{**} = idem} = \Phi_n = \prod_{i=1}^k \Phi_i$$

c_f 对于供油装置 Φ_{unstab} 有决定性的意义。我们成功获得了考虑两相性、非等温性、非定常性作用的 Φ_i , 其中也包括层流边界层的作用。这里以解析形式给出以下表达式:

$$\Phi_{unstab} = [(2 - \delta/r - Z_{unstab}) \cdot \delta/r]^{-1}$$

$$Z_{unstab} = 2\delta(c_f u_\infty^2) \cdot \partial u_\infty / \partial t$$

从图 4.29 看到在供油过程的开始和结束阶段, c_f 和准定常流动的阻力系数 c_f 相差很多倍。非定常性对 c_f 的影响之所以表现出, 首先是借助于边界层的厚度计算, 第二是借助于在 $\partial U/\partial t > 0$ 下更丰满的速度型线。在燃油流动停止时边界层已经很厚, 边界层的变形更容易发生, 使 $c_f \rightarrow 0$ 。这样, 在供油开始阶段, 升高了能量消耗在供油结束时, 以减少了的能量损失的形式得到补偿。

上述提到的作者给出的方法是以经典的热物理观点为基础, 允许在统一的方法中解决层流和紊流边界层的运动学和热力学的问题, 并且考虑到复杂的相互作用。同完整的供油计算方法相比, 计算时间和复杂性是该方法的不足。

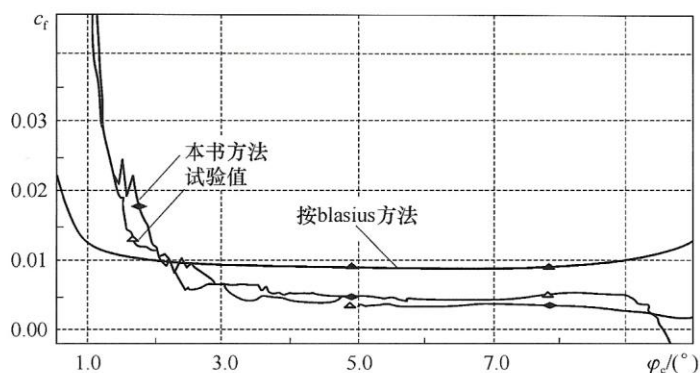


图 4.29 试验确定的摩擦系数和按照 Blasius 公式和作者给出的方法计算得到的摩擦系数

本节结论：供油装置的高压油管中的燃油流动试验研究，揭示了流动的复杂特性和紊流的产生。层流流动的不稳定性是在某个时间段之后出现的，而不是当 $Re = 2\ 300$ 时才出现。从另一个方面讲，来自上一个循环的初始紊流加快了流动的紊流化。稳定性的判断准则雷诺数不是常数，而是过程函数。流动摩擦系数取决于边界层的厚度和加速度，并且边界层越厚，加速度的参数影响越强烈。在供油装置条件下的定常流动的阻力公式给出了定量和定性的不相符性的结果。

4.7 边界条件下的流量方程和平衡方程

记录油腔中的燃油平衡方程作为关于油管问题的边界条件方程，这是一个非常成功的方法：不同截面的油路通过体积对接提高了计算的稳定性，并简化和统一了边界条件。对于油腔来说，我们认为速度 $U \rightarrow 0$ 。为了建立油腔中参数之间的联系，用质量平衡方程或是体积平衡方程描述。因为体积平衡方程的方便性，因此我们所知的供油计算软件的大部分都使用体积平衡方程。

以代数方程组形式记录边界条件是众所周知的。代数方程组更容易保证计算的稳定性。计算稳定性这个问题也可以在使用微分方程下得到有效的解决^[28]，但是代数方程的不通用性，使得其在解决某些特定任务时就变得没有研究价值了。

4.7.1 平衡方程的传统描述

考虑到温度和压力对燃油密度的相反的影响，还有人工方式计算燃油两相状态，体积平衡方程的使用基本都可以满足实际计算精度的要求。对任意的一个体积为 V_i 的油腔来说，体积平衡方程有以下形式：

$$\frac{d\rho_i}{dt} = \frac{1}{V_i \beta_i^e} \left[\sum Q_{i-k} + \sum U_{i-j} f_j + \sum \frac{dV_{i-n}}{dt} \right] \quad (4.65)$$

在这里： $\beta_i^e = \beta_i^f + k_{\text{def}}$ ； k_{def} 为变形系数； Q_{i-k} 为进入第 k 个油腔的燃油量； dV_{i-n} 为在第 n 个零件运动的作用下体积的改变； U_{i-j} 为燃油从第 j 个油路的流入速度。

例如，对于柱塞上腔有：

$$\frac{dp_p}{dt} = \frac{1}{V_p \beta_p^e} [Q_{IN} + Q_{OCT} + Q_p^{yn} + Q_v^{de} + Q_v^{bes} + dV_v/dt + dV_p/dt]$$

公式 (4.65) 中的 dV_{i-n}/dt 项反映了由于供油装置元件的运动引起燃油压缩的事实:

$$\frac{dV_{i-n}}{dt} = f_n \frac{dh_n}{dt}$$

在这里: f_n 、 h_n 为运动零件的截面和行程。

柱塞速度、行程与负荷的计算将在 4.9 节中进行详细的介绍。

4.7.2 质量平衡方程

方程 (4.65) 对于实际计算更加方便, 但是升高了的喷射压力使得方程 (4.65) 的应用越来越缺少依据。特别是, 存在一些自相矛盾之处: 燃油被压缩但是燃油的密度却是固定的。变化的压力对密度的影响比温度对密度的影响要明显强烈的多。使用质量平衡方程代替公式 (4.65) 更加正确一些。Л. Н. Голубков 首先进行了这方面的研究^[143]。在类似于式 (4.65) 的形式中我们有:

$$\frac{dp_i}{dt} = \frac{1}{V_i} \left[\sum G_{i-k} + \rho_i \sum U_{i-j} f_j + \rho_i \sum \frac{dV_{i-n}}{dt} \right] \quad (4.66)$$

表达式 (4.66) 是由式 $d\rho = \beta\rho dp$ 和式 (4.65) 得到的。和公式 (4.65) 相比, 表达式 (4.66) 不是很方便, 因为它需要和密度一起应用: p 换成 ρ 的替换使得带有边界条件的油管方程的对接变得不方便, 在计算结果的导出上和与试验数据相比较上产生了不便。此外在式 (4.66) 使用时, 联系方程 $p = f(\rho)$ 应该具有简单的、可用于正向计算和反向计算的表达式。最终, 计算精度的丢失是因为 $p(t)$ 改变了上百次, 而 $\rho(t)$ 变化不超过 10%, 以至于在计算机上累积了算术误差。下面提出的质量平衡方程形式有助于供油过程的计算。我们借助 p 和 β 记录原始的质量平衡方程:

$$\frac{dp_i}{dt} = \frac{1}{V_i \beta_i^e} \left[\frac{1}{\rho_i} \sum G_{i-k} + \sum U_{i-j} f_j + \sum \frac{dV_{i-n}}{dt} \right] \quad (4.67)$$

压缩性系数的存在并没有使得式 (4.67) 的求解变得困难。例如, 在使用单相燃油的联系方程 (4.16) 时, 我们补充使用式 (4.18), 而对于根据式 (4.25) 计算两相混合物密度的两相混合物来说, 我们有:

$$\beta_{\text{mix}} = \left[(1 - \varepsilon_{g0}) (p + B)^{\frac{1-x}{x}} \cdot \frac{B^{1/x}}{x} + \frac{\varepsilon_{g0}}{n_g} \cdot p^{\frac{1-n_g}{n_g}} p_0^{1/n_g} \right] \cdot \left[(1 - \varepsilon_{g0}) \left(\frac{B}{p + B} \right)^{\frac{1}{x}} + \varepsilon_{g0} \left(\frac{p_0}{p} \right)^{1/n_g} \right]^{-1} \quad (4.68)$$

最后我们指出, 以公式 (4.67) 的形式给出的质量平衡方程的应用不要求对算法进行重要的改变, 和带有式 (4.65) 的程序的其它模块具有通用性。质量平衡方程代替体积平衡方程的使用在高压喷射并带有较大气体含量的供油修正模型中证明了自己的正确性。

4.7.3 液体流动的流量方程

在表达式 (4.65) 中认为 Q_{i-k} 为进入第 i 个油腔的体积燃油流量。如果燃油在压力梯度的作用下通过液压阻力 (通过阀、量孔、油口等) 流动的话, 那么我们使用有效截面

$(\mu F)_{i-k}$, 根据不可压缩液体的伯努利方程中得到的体积燃油流量方程进行计算:

$$\begin{aligned} Q_{i-k} &= (\mu F)_{i-k} \sqrt{2/\rho (p_k - p_i)} \\ G_{i-k} &= (\mu F)_{i-k} \sqrt{2\rho (p_k - p_i)} \end{aligned} \quad (4.69)$$

在供油装置条件下认为燃油是液态的压缩液体, 虽然我们使用的燃油流量方程是针对不可压缩的液体。如果在边界条件上记录了质量平衡方程, 那么这样的方式是不适当的。还有, 在大的压差下, 对于空气燃油乳浊液和低沸点的燃油(液化气、二甲醚)的流动来说, 不可压缩液体的流量方程成立的理由不是很充足。

在公式(4.66)和(4.67)中计算流量 G_{i-k} 的方式并不是完全明白。在文献中缺少满足供油计算要求的乳浊液和液滴的 $G=f(\Delta p)$ 关系式。这并不奇怪: 为了推导出流量 G_{i-k} 需要状态方程, 关于状态方程的形式和常量必须讨论确定。下面给出了带有方程(4.25)应用的未知关系式的结论, 是针对普通情况——乳浊液, 经过简化就可以获得液滴的计算公式。

对于一维燃油流动, 根据牛顿第二定律, 或者换另外一种说法, 按热力学第一定律, 我们有:

$$dp/\rho = -UdU = -d(U^2/2) \quad (4.70)$$

我们将对方程(4.70)从燃油流的截面1积分到截面2, 并且有 $U_1 \rightarrow 0$ 。借助于参数联系方程(4.25)我们有:

$$\begin{aligned} \frac{(U_2^{\text{ad}})^2}{2} &= \int_{p_1}^{p_2} \frac{dp}{\rho} = \frac{1}{\rho_0} \int_{p_1}^{p_2} \left[(1 - \varepsilon_{g_0}) \cdot \left(\frac{B}{p+B} \right)^{1/x} + \varepsilon_{g_0} \left(\frac{p_0}{p} \right)^{1/n_g} \right] dp = \\ & \frac{x}{x-1} \cdot \frac{(1 - \varepsilon_{g_0}) \cdot B^{\frac{1}{x}}}{\rho_0 (p_1 + B)^{\frac{1-x}{x}}} \cdot \left[1 - \left(\frac{p_2 + B}{p_1 + B} \right)^{\frac{x-1}{x}} \right] + \frac{n_g}{n_g - 1} \frac{\varepsilon_{g_0} \cdot p_0^{\frac{1}{n_g}}}{\rho_0 p_1^{\frac{1-n_g}{n_g}}} \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n_g-1}{n_g}} \right] \end{aligned} \quad (4.71)$$

把流量关系式和(4.25)的联系方程代入到(4.71)中有:

$$G = \mu F U_2^{\text{ad}} \cdot \rho_2$$

$$\rho_2 = \frac{\rho_0}{(1 - \varepsilon_{g_0}) \cdot \left(\frac{B}{p_2 + B} \right)^{\frac{1}{x}} + \varepsilon_{g_0} \left(\frac{p_0}{p_2} \right)^{\frac{1}{n_g}}}$$

最终, 我们得到了计算乳浊液的流量表达式:

$$\begin{aligned} G &= \mu F \left\{ \frac{2A \cdot \rho_0 B^{\frac{1}{x}}}{x-1} \cdot \frac{1 - \varepsilon_{g_0}}{(p_1 + B)^{\frac{1-x}{x}}} \left[1 - \left(\frac{p_2 + B}{p_1 + B} \right)^{\frac{x-1}{x}} \right] + \right. \\ & \left. \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n_g-1}{n_g}} \right] \cdot \frac{2n_g \rho_0 \varepsilon_{g_0} p_0^{\frac{1}{n_g}}}{n_g - 1} p_1^{\frac{n_g-1}{n_g}} \right\}^{0.5} \cdot \\ & \left\{ (1 - \varepsilon_{g_0}) \left(\frac{B}{p_2 + B} \right)^{\frac{1}{x}} + \varepsilon_{g_0} \left(\frac{p_0}{p_2} \right)^{\frac{1}{n_g}} \right\}^{-1} \end{aligned} \quad (4.72)$$

可以认为 $n_g = k_{\text{ad}}$, $\rho_2 = \rho_1 \cdot [p_2/p_1]^{1/k}$, $\varepsilon_{g_0} = 1$, 我们得到了气体绝热流动的关系。在另外一些情况下, 在 $\varepsilon_{g_0} = 0$ 时, 变成单相可压缩燃油。把从公式(4.16)中得到的 $\rho_0 = \rho_1 \cdot [B/(p_1 + B)]^{1/x}$ 关系式代入到式(4.72)中有:

$$G = \mu \cdot F \sqrt{\frac{2x \cdot \rho_1 (p_1 + B)}{x - 1} \left[\left(\frac{p_2 + B}{p_1 + B} \right)^{\frac{2}{x}} - \left(\frac{p_2 + B}{p_1 + B} \right)^{\frac{x+1}{x}} \right]} \quad (4.73)$$

在研究第 i 个油腔内的容积平衡算法时，当燃油流向第 k 个容积腔时： $p_i > p_k$ ，我们有： $p_1 = p_i$ ， $p_2 = p_k$ ， $G_{i-k} = -G$ ；在 $p_i < p_k$ 时我们有： $p_1 = p_k$ ， $p_2 = p_i$ ， $G_{i-k} = +G$ 。

在图 4.30 上给出了 $p_2 = 0.1 \text{ MPa}$ 时按照式 (4.69) 和式 (4.72) 计算的气态燃料混合物经过节流阀的流量的计算值比较。当气态含量 $\varepsilon_{g_0} < 5\%$ 时，计算的曲线之间的差别不大，在气态含量较大的情况下，节流阀上的压力差的所有范围内的误差变得很明显。重要的是，按照不可压缩液体的流量公式 (4.69) 和可压缩流体的流量式 (4.72) 的计算给出了不同的计算结果，甚至是对于单相燃油（即 $\varepsilon_{g_0} = 0$ ）。当考虑到流量系数 μF 是式 (4.69) 通过试验来确定而后再使用这个系数，那么可以忽略这个误差。但是这个误差不是固定的：随着压差 Δp 的增加，这个误差从 20% 变化到 1%，并且之后会达到 4% ~ 5%（如图 4.30）。这样看来，不可以把式 (4.72) 换成式 (4.69)，因为这会降低计算精度。

从理解图 4.30 所给出的应用式 (4.69) 而产生的误差 δ 并非单值性变化的角度来说，可以指出，误差 δ 的下降是由于提高压力致使混合物密度明显降低所造成的。在压力差 Δp 继续增加时，误差 δ 受到混合物从节流阀流出速度所制约。根据公式 (4.71)， U_{mix}/U_f 的比值随着气体含量和 $p_{\text{EX}}/p_{\text{IN}}$ 比值的增加而增加，在 $\varepsilon_{g_0} = 0.8$ 时误差达到了 200%。

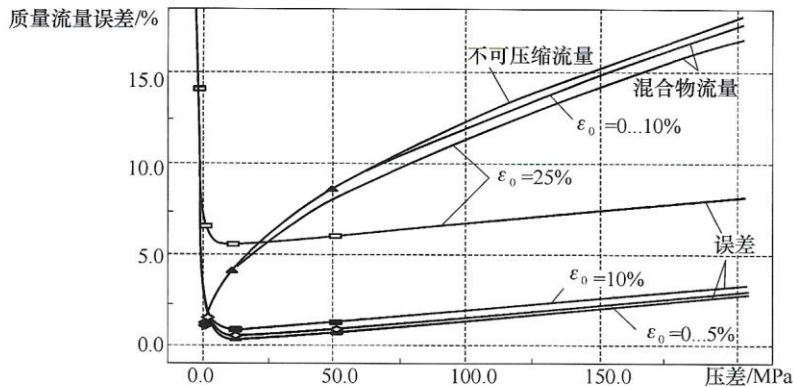


图 4.30 可压缩流体与不可压缩流体计算量对比

图 4.30 按照不同计算公式计算的通过节流阀的质量流量 G_{mix} 随压力差 Δp 的变化关系：根据不可压缩液体的流量公式 (4.69) 计算；根据可压缩液体的流量公式 (4.72) 带有不同气体含量 ε_{g_0} 的计算；使用公式引起的计算误差 δ (%)。

这样，在向气缸供给油气混合物来替代供给的单相燃油时，质量流量下降，这引起了供给的延迟，但是借助于提高流动速度改善喷雾。此外，油滴直径同样因为在溶解的气体分离时油滴分裂的强化而减小：气相从内部扩大油滴，使得油滴变得不稳定。

本节结论：利用质量平衡方程 (4.72) 建立的供油模型被证明是正确的，可以适用于计算带有高喷射压力和大的气体含量的供油条件。对于同样的供油条件来说，使用针对可压缩燃油的流量方程代替传统的流量方程是更加正确的。

4.8 零件运动、面积与泄漏的边界条件方程

4.8.1 在边界平衡方程中有效横截面积的计算

在边界条件平衡方程 (4.69) 或是式 (4.72) 中, 有效横截面积的计算非常重要。为了计算在油孔打开时燃油通过油口, 我们使用下面的公式^[151]。

对于进油孔:

$$F_{IN} = \begin{cases} 0.25\pi d_{IN}^2 i_{IN} & \text{当 } h_p \leq h_p^{IN} \\ 0.125d_{IN}^2 i_{IN} (2\pi - 2\nu_{IN} + \sin 2\nu_{IN}) & \text{当 } h_p^{IN} \leq h_p \leq h_p^{IN} + \frac{d_p^{IN}}{\cos\beta_{UP}} \\ 0 & \text{当 } h_p \geq h_p^{IN} + \frac{d_p^{IN}}{\cos\beta_{UP}} \end{cases} \quad (4.74)$$

在这里:

$$\nu_{IN} = \begin{cases} \arccos(e_{IN}) & e_{IN} \geq 0 \\ \pi + \arccos(e_{IN}) & e_{IN} < 0 \end{cases}$$

$$e_{IN} = 1 - 2\cos\beta_{UP} \frac{h_p - h_p^{IN}}{d_{IN}}$$

类似地, 对于泄油孔的面积:

$$F_{EX} = \begin{cases} 0 & \text{当 } h_{EX} \geq h_p^{EX} \\ 0.125d_{EX}^2 i_{EX} (2\pi - \sin 2\nu_{EX}) & \text{当 } h_p^{EX} \leq h_p \leq h_p^{EX} + \frac{d_p^{EX}}{\cos\beta_{EX}} \\ \frac{\pi d_{EX}^2 i_{EX}}{4} & \text{当 } h_p \leq h_p^{EX} + \frac{d_p^{EX}}{\cos\beta_{EX}} \end{cases} \quad (4.75)$$

在这里:

$$\nu_{EX} = \begin{cases} \arccos(e_{EX}) & e_{EX} \geq 0 \\ \pi + \arccos(e_{EX}) & e_{EX} < 0 \end{cases}$$

$$e_{EX} = 1 - 2\cos\beta_{EX} \frac{h_p - h_p^{EX}}{d_{EX}}$$

油腔当前体积的计算, 例如:

$$V_p = V_p^0 + f (h_p^{\max} - h_p)$$

带有减压环带的阀间隙的截面积:

$$f_{dv} = \pi \cdot (h_{dv} - h_{dv}^{\text{red}}) \cdot \sin(\alpha_{dv}/2) \cdot [d_{dv} - (h_{dv} - h_{dv}^{\text{red}}) \cdot \sin(\alpha_{dv}/2) \cdot \cos(\alpha_{dv}/2)]$$

对于针阀的密封锥面由于针阀锥角和喷油器内锥角的差别, 在针阀的每一个升程下, 求解在最小的接触直径 (压力室直径) d_{dv} 和在最大接触直径 d_1 附近的真实截面的面积, 对这两个截面积进行比较, 之后从中选出较小的那个截面积。

节流截面的流量系数应该根据在静态溢流基础上所使用的供油装置元件来确定。对于设计新供油装置, 可以使用经验关系式。例如, 对于喷油器喷孔的 μ_e 和针阀密封锥面的 μ_1 使用文

献[144]中给出的关系 (请看图 2.69 (c)):

$$\mu_c = \begin{cases} \mu_c^{\text{ATM}} + 0.15 & \text{在 } K' \leq 1.5 \\ \mu_c^{\text{ATM}} + \frac{4.6}{(K' + 6)^{1.7}} & \text{在 } K' > 1.5 \end{cases}$$

在这里: $K' = \frac{p_{\text{inj}} - p_b}{p_b}$ 。

如果喷孔被钻到密封锥面上:

$$\mu_1 = 1 / (2.096 - 4.229 \times 10^6 \cdot h_n^2)$$

如果喷孔朝向喷油嘴压力室:

$$\mu_1 = \frac{1.425(Re + 10) \cdot k_\mu}{\sqrt{9 \times 10^6 + 2.25(Re + 10)^2}}$$

在这里:

$$Re = R_r U_1^{\text{min}} / \nu$$

$$U_1^{\text{min}} = Q_n / f_1^{\text{min}}$$

$$R_r = 0.25h_n + 0.0044 (d_1 - d_{\text{BK}}); \quad \bar{f}_1 = f_1^{\text{min}} / f_{\text{BK}}$$

$$k_\mu = \begin{cases} 1 & \bar{f}_1 \leq 1 \\ 1 + 0.24 \sin [1.428\pi \cdot (\bar{f}_1 - 0.3)] & \bar{f}_1 > 1 \end{cases}$$

对于带衬套的油孔, 可以提出取决于油孔开度的近似关系式:

$$\mu_{\text{IN}} = 0.3 + 0.1 \cos (\pi \bar{f}_{\text{IN}})$$

$$\mu_{\text{EX}} = 0.35 + 0.15 \cos (\pi \bar{f}_{\text{EX}})$$

4.8.2 边界条件平衡方程内的泄漏计算

当针阀上部压力 p_n 超过 0.1 MPa 时, 就必须建立燃油泄漏计算方程, 而随着共轨式系统或其他带有针阀液力放大的供油装置的发展和完善, 喷油压力不断提高, 研究泄漏计算模型就更为迫切。

正因为间隙 δ 比半径 r 小 3 ~ 4 个量级, 可以认为间隙内的流动为平面流动。缓慢运动的准平面流动方程 ($\delta \ll r$):

$$\frac{\partial^2 U}{\partial r^2} = \frac{1}{\eta} \frac{\partial p}{\partial x} \quad (4.76)$$

我们对方程 (4.76) 按半径进行两次积分:

$$\frac{\partial U}{\partial r} = \frac{1}{\eta} \frac{\partial p}{\partial x} r + c_1$$

$$U = \frac{r^2}{2\eta} \frac{\partial p}{\partial x} + c_1 r + c_2$$

从壁面上的边界条件我们将确定考虑黏着力条件下的定积分:

$$\text{当 } r = r_1 \text{ 时, } \frac{r_1^2}{2\eta} \frac{\partial p}{\partial x} + c_1 r_1 + c_2 = 0;$$

$$\text{当 } r = r_2 \text{ 时, } U_n = \frac{r_2^2}{2\eta} \frac{\partial p}{\partial x} + c_1 r_2 + c_2;$$

$$U = \frac{1}{2\eta} \frac{\partial p}{\partial x} [r^2 - rr_1 - rr_2 + r_1 r_2] + \frac{r_1 - r}{r_1 - r_2} U_{ne}$$

使用 $d_{ne} = r_1 + r_2$ 和 $\delta = r_1 - r_2$ 标记, 燃油泄漏量为:

$$Q_{yr} = \int_{r_2}^{r_1} 2\pi r \cdot U dr = -\frac{\pi}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial x} (r_1 - r_2)^2 \cdot (r_1^2 - r_2^2) + \frac{\pi \cdot c_p}{3} (r_1 - r_2) (r_1 + 2r_2) \approx -\frac{\pi}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial x} \cdot \delta^3 d_{ne} + \frac{\pi \cdot U_{ne} \cdot d_{ne} \cdot \delta}{2}$$

按照间隙长度对上面的公式进行变换和积分, 我们得到:

$$\int_0^L \left[-Q_{yr} + \frac{\pi \cdot U_{ne} \cdot \delta \cdot d_{ne}}{2} \right] dx = \int_{p_n}^{p_{ne}} \frac{\pi \delta^3 \cdot d_{ne}}{12\eta} dp$$

当考虑黏性随压力的变化时, 可采用 Д. Н. Вырубов 公式 (4.77):

$$\eta_p = \eta_0 \cdot c^{p/p_0} \quad (4.77)$$

我们最终将得到右边部分的积分:

$$\int_{p_n}^{p_{ne}} \frac{dp}{\eta} = \frac{1}{\eta_0} \int_{p_n}^{p_{ne}} \frac{dp}{c^{p/p_0}} = \frac{p_0}{\eta_0 \cdot \ln c} \left(\frac{-1}{c^{p_{ne}/p_0} - c^{p_n/p_0}} \right)$$

在假设间隙 δ 不随间隙密封长度的变化情况下, 完整的方程如下所示:

$$\frac{-12Q_{yr}L_{ne}}{\pi d_{ne} \delta^3} + \frac{6U_{ne}L_{ne}}{\delta^2} = \frac{p_0}{\eta_0 \cdot \ln c} \left(\frac{-1}{c^{p_{ne}/p_0} - c^{p_n/p_0}} \right)$$

那么, 最终的喷油器内的燃油泄漏计算公式:

$$Q_{yr} = \frac{\pi d_{ne} \delta^3 p_0}{12\eta_0 \cdot L_{ne} \cdot \ln c} (c^{-p_{ne}/p_0} - c^{-p_n/p_0}) + \frac{\pi \delta d_{ne} U_{ne}}{2} \quad (4.78)$$

在这里: d_{ne} 、 L_{ne} 、 U_{ne} 是圆柱形物体 (这里指针阀) 的直径, 密封部分的长度, 运动速度; p_n 、 p_{ne} 、 p_0 是当前油腔内的压力, 燃油流入的油腔内的压力, 大气压。

公式 (4.78) 区别于我们大家所熟知的计算公式, 并且该公式更加的准确和通用。该公式的修正首先是和考虑真实的间隙相联系, 和按密封长度变化的间隙相联系, 和采用有限元法解变形任务相联系。 η_0 为间隙内实际温度下的动力黏度。我们得到的结论对于小间隙 $\delta \leq 10 \mu\text{m}$ 的条件是正确的。

对于柱塞来说, 通过柱塞套进出油孔的主要泄油量^[151]:

$$Q_{yr} = \frac{\pi \delta^3 p_0}{6\eta_0 \cdot \ln c} \left(1 - \frac{1}{c^{p/p_0}} \right) \cdot$$

$$\left\{ \frac{i_{EX}}{\ln [4\cos\beta_{EX} (h_p^{EX} - h_p) / d_{EX}]} + \frac{i_{IN}}{\ln [4\cos\beta_{IN} (h_p - h_p^{IN} - d_{IN}) / d_{IN}]} \right\}$$

在这里: i_{IN} 、 i_{EX} 是在柱塞套内的进油孔和泄油孔的数量; β_{IN} 、 β_{EX} 是柱塞的调节边缘角; h_{IN} 、 h_{EX} 是进油孔开始关闭时的柱塞升程, 泄油孔开始打开时的柱塞升程。

如果希望提高数学模型计算的相符性, 那么在供油的流动计算中应该考虑来自小间隙内作用在运动物体 (针阀、锁闭放大器、阀和其他等) 上的黏性流动摩擦。

由于介质的黏性属性随压力的变化关系, 我们必须解决压力沿间隙密封长度分布这一问题。为了获得压力分布, 我们对计算 Q_{ϕ} 的表达式进行积分, 不是在从 0 到 L 的区间内积分, 而是从 0 积分到当前坐标 x :

$$\int_0^x \frac{12}{\pi d_{ne} \delta^3} \left[-Q_{yT} + \frac{\pi U_{ne} \delta d_{ne}}{2} \right] dx = \int_{p_n}^p \frac{dp}{\eta}$$

把上述公式代入到来自 (4.78) 中 Q_{yT} , 我们得到:

$$p = \frac{-p_0}{\ln c} \cdot \ln \left[\frac{1}{c^{p_n/p_0}} \cdot \left(1 - \frac{x}{L_{ne}} \right) + \frac{x}{L_{ne}} \cdot \frac{1}{c^{p_{ne}/p_0}} \right]$$

在把燃油泄漏表达式代入到 (2.49) 时, 带有物体运动速度 U_{ne} 项消失了。实际上, 如果这个速度对燃油泄漏量产生非常大的影响的话, 那么该速度对压力分布的影响没有那么大。此外除速度对燃油泄漏量和压力分布产生影响外, 我们可以说对其产生影响的还有间隙的大小, 运动物体的直径及长度, 大气压下的黏度。

阻碍物体运动的流动阻力 S 等于切应力 τ_w 乘以切应力摩擦的表面积。在考虑黏度可变性和切应力 τ_w 下, 我们进行积分并使用傅立叶定律 (Fourier):

$$S = \pi \cdot d_{ne} \cdot \int_0^L \tau_w dx = \pi \cdot d_{ne} \cdot \int_0^L \eta \left(\frac{dU}{dr} \right)_{r=r_2} dx$$

在较早之前对所得到的计算速度的关系式进行微分, 设定 $r_1 - r_2 = \delta$ 。为了计算压力梯度和当前的燃油黏性, 使用所得到的计算压力分布的表达式, 并且使用针对平均有效动力黏度随间隙长度变化的简化近似公式:

$$\bar{\eta} = \frac{1}{p_n - p_{ne}} \int_{p_{ne}}^{p_n} \eta_0 \cdot c^{p/p_0} dp = \frac{\eta_0 p_0}{p_n - p_{ne}} \cdot \frac{c^{p_n/p_0} - c^{p_{ne}/p_0}}{\ln c}$$

在将公式变形后, 我们得到计算阻碍物体上升的阻力的近似表达式:

$$S \approx \pi \cdot d_{ne} \cdot \left[\frac{(-1) \cdot \delta}{2} \cdot (p_n - p_{ne}) + \frac{U_{ne} L_{ne} \bar{\eta}}{\delta} \right] \quad (4.79)$$

4.8.3 边界条件内的运动方程

带平衡方程的边界条件方程 (4.65)、(4.67) 可以使用液压控制机械元件的运动方程来闭合, 该运动方程通常以下面的形式给出:

$$\begin{cases} \frac{dC_n}{dt} = \frac{1}{M_n} [f_n (p_i - p_k) - f_n \Delta p_n^{\text{open}} - c_n^{\text{sp}} \cdot h_n] \\ \frac{dh_n}{dt} = C_n \end{cases} \quad (4.80)$$

在这里: M_n 为第 n 个零件以及带有该零件的运动零件的质量; c_n^{sp} 为复位弹簧的刚度; Δp_n^{open} 为阀开启压力, 该压力反映弹簧的预紧力。

例如, 对于喷油器针阀, 阀向上抬起, 和燃油运动反向, 方程组 (4.80) 的第一个方程记录如下:

$$\frac{dC_n}{dt} = \frac{1}{M_{ne}} [f_{ne}^{\text{in}} (p_n - p_{n0}) - f_{ne} p_{ne} - (f_{ne} - f_{ne}^{\text{in}}) p_{inj} - c_n^{\text{sp}} \cdot h_{ne}]$$

真实的压力角 γ 同样通过假想中心挺柱的参数来计算：

$$\gamma = \gamma_k - \Delta\varphi_{np} + \psi_T \cdot k_{\text{вращ}}$$

在任意的情况下，计算中心挺柱的升程要么是根据凸轮参数，要么是根据其随转角变化的表格函数。

4.9.2 圆弧凸轮

凸轮的型线一般是采用某些已知的曲线进行描述，这些已知的曲线是圆弧和直线。图 4.32 上给出了圆弧凸轮的计算示意图，而在表 4.2 中列举了最常使用的组合参数凸轮，这些参数对于完整描述凸轮型线是足够用的（用“+”标记）。凸轮型线的第二段是通过切线型线来编号的。

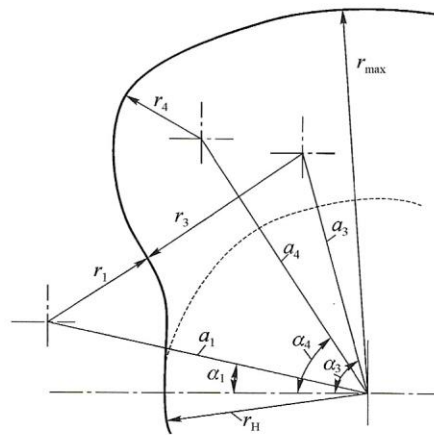


图 4.32 圆弧型线凸轮的计算示意图

在供油过程计算开始前，需要求解凸轮的固定参数和导出参数：

$$a_4 = r_{\max} - r_4; \quad x_4 = (r_4 - \rho/r_4)$$

表 4.2 凸轮类型和凸轮计算需要的参数

N	凸轮类型（按照型线存在）	r_H	ρ	r_{\max}	r_4	r_3	r_2	α_4	α_1
1	一个切线型线和一个凸形型线	+	+	+	+				
2	两个凸形型线	+	+	+	+	+			
3	一个凹形型线和一个凸形型线	+	+	+	+		+		
4	一个切线型线和两个凸形型线	+	+	+	+	+		+	
5	一个凹形型线和两个凸形型线	+	+	+	+	+	+	+	
6	三个凸形型线	+	+	+	+	+	+	+	
7	一个凸形型线，一个切线型线，一个凹形型线	+	+	+	+		+	+	+

为了计算凸轮运动规律，必须要知道所有的 r_i , α_i , a_i , x_i 。还需要知道这个机构的凸轮的转动角度，在该转动角度上发生了滚轮从一个型线滚到邻近的型线上，我们来标记它们作为第 i 个型线的最终转动角 φ_i^{KOH} 。

(1) 对于最简单的切线凸轮 (N_1) 有：

$$\alpha_4 = \arccos[(r_H - r_4)/a_4]; \quad \varphi_{1,2,3}^{\text{KOH}} = \arctan[\sqrt{a_4^2 - (r_H - r_4)^2}/(\rho + r_H)]$$

(2) 对于简单凸形凸轮 (N_2) 有:

$$\begin{cases} a_3 = r_3 - r_H; \alpha_4 = \arccos \left[\frac{a_4^2 + a_3^2 - (r_3 - r_4)^2}{2a_3a_4} \right]; \chi_3 = \frac{r_3 + \rho}{r_3} \\ \varphi_1^{\text{KOH}} = \varphi_2^{\text{KOH}} = 0; \varphi_3^{\text{KOH}} = \arctan \left[\frac{\chi_3 \sin \alpha_4 - \chi_4 \sin \alpha_3}{\chi_3 \cos \alpha_4 - \chi_4 \cos \alpha_3} \right] \end{cases}$$

(3) 对于简单的凹形凸轮 (N_3):

$$\begin{cases} a_1 = r_H - r_1; \alpha_4 = \arccos \left[\frac{a_4^2 + a_1^2 - (r_4 - r_1)^2}{2a_1a_4} \right]; \chi_1 = \frac{-r_1 - \rho}{a_1} \\ \varphi_1^{\text{KOH}} = \varphi_2^{\text{KOH}} = \varphi_3^{\text{KOH}} = \arctan \left[\frac{\chi_1 \sin \alpha_4 + \chi_4 \sin \alpha_1}{\chi_4 \cos \alpha_1 + \chi_1 \cos \alpha_4} \right] \end{cases}$$

(4) 对于带有一个切线段和两个凸形型线的凸轮 (N_4):

$$a_3 = \sqrt{Z_1 + 0.5Z_2^2 - Z_2} \sqrt{Z_1 + 0.25Z_2^2 - Z_3}$$

在这里:

$$\begin{aligned} Z_1 &= (r_3 - r_4)^2 - a_4^2 + 2a_4(r_H - r_3)\cos\alpha_4 \\ Z_2 &= 2a_4\sin\alpha_4; Z_3 = (r_H - r_3)^2 \\ \alpha_4 &= \arccos \left[\frac{a_4^2 + a_1^2 - (r_4 - r_1)^2}{2a_1a_4} \right]; \chi_3 = \frac{r_3 - \rho}{a_3} \\ \alpha_3 &= \alpha_4 + \arccos \left[\frac{a_4^2 + a_3^2 - (r_3 - r_4)^2}{2a_3a_4} \right] \\ \varphi_1^{\text{KOH}} &= 0; \varphi_2^{\text{KOH}} = \arctan \left[\frac{\sqrt{a_3^2 - (r_H - r_3)^2}}{\rho + r_H} \right] \\ \varphi_3^{\text{KOH}} &= \arctan \left[\frac{\chi_3 \sin \alpha_4 - \chi_4 \sin \alpha_3}{\chi_3 \cos \alpha_4 - \chi_4 \cos \alpha_3} \right] \end{aligned}$$

(5) 对于带有一个凹形型线和两个凸形型线 (N_5):

$$a_1 = r_H - r_1; \alpha_1 = 0 (r_1 < r_H), \alpha_1 = \pi (r_1 > r_H); \chi_1 = -(r_1 + \rho) / a_1$$

(6) 对于带有三个凸形型线的凸轮 (N_6):

$$\alpha_1 = 0; a_1 = \sqrt{r_1^2 - (r_H \sin \alpha_1)^2} + r_H \cos \alpha_1; \chi_1 = (r_1 + \rho) / a_1$$

下面对凸轮 N_5 和 N_6 求解非线性代数方程组, 获取凸轮中间段的参数:

$$\begin{cases} \alpha_3 = \alpha_1 + \arccos \left[\frac{a_3^2 + a_1^2 - (r_3 + r_1)^2}{2a_1a_3} \right] \\ a_3 = \frac{a_4^2 - a_1^2 + (r_3 + r_1)^2 - (r_3 - r_4)^2}{2a_4 \cos(\alpha_3 - \alpha_4) - 2a_1 \cos(\alpha_3 - \alpha_1)} \end{cases}$$

此时:

$$\begin{aligned} \chi_3 &= (r_3 + \rho) / a_3 \\ \varphi_2^{\text{KOH}} &= \arctan \left[\frac{\chi_1 \sin \alpha_3 + \chi_3 \sin \alpha_1}{\chi_3 \cos \alpha_1 + \chi_1 \cos \alpha_3} \right] \\ \varphi_3^{\text{KOH}} &= \arctan \left[\frac{\chi_3 \sin \alpha_4 - \chi_4 \sin \alpha_3}{\chi_3 \cos \alpha_4 - \chi_4 \cos \alpha_3} \right] \end{aligned}$$

(7) 对于带有一个凸形型线, 一个切线型线和一个凸形型线的凸轮 (N_7):

$$\begin{cases} Z = (r_1 - r_4) / (a_H - a_1) \\ \varphi_1^{\text{KOH}} = \pi - \arctan \left[\frac{(r_1 + \rho) \sqrt{1 - Z^2}}{(r_1 + \rho) \cdot Z + a_1} \right] \\ \varphi_2^{\text{KOH}} = \varphi_3^{\text{KOH}} = \pi - \arctan \left[\frac{(r_4 + \rho) \sqrt{1 - Z^2}}{(r_4 + \rho) \cdot Z + a_4} \right] \end{cases}$$

在供油的计算时, 对于每一个 φ 求解瞬时参数: 中心挺柱升程 h_k 和压力角 γ_k 。

对于滚轮处于凸轮型线的切线段的情况 ($\varphi_1^{\text{KOH}} < \varphi_{\text{pac}} < \varphi_2^{\text{KOH}}$):

$$h_k = (r_H + \rho) \cdot (1 / \cos \varphi_{\text{pac}} - 1); \quad \gamma_k = \varphi_{\text{pac}}$$

在滚轮位于凹形段的情况 ($0 < \varphi_{\text{pac}} < \varphi_1^{\text{KOH}}$):

$$\begin{cases} h_k = a_1 \left[\cos(\varphi_{\text{pac}} - \alpha_1) - \sqrt{\chi_2^2 - \sin^2(\varphi_{\text{pac}} - \alpha_1)} \right] - (r_H + \rho) \\ \gamma_k = \arcsin \left[\frac{1}{\chi_2} \sin(\varphi_{\text{pac}} - \alpha_1) \right] \end{cases}$$

在滚轮位于凸形段的情况 ($\varphi_{i-1}^{\text{KOH}} < \varphi_{\text{pac}} < \varphi_i^{\text{KOH}}$):

$$\begin{cases} h_k = a_i \left[\cos(\alpha_i - \varphi_{\text{pac}}) + \sqrt{\chi_i^2 - \sin^2(\alpha_i - \varphi_{\text{pac}})} \right] - (r_H + \rho) \\ \gamma_k = \arcsin \left[\frac{1}{\chi_i} \sin(\alpha_i - \varphi_{\text{pac}}) \right] \end{cases}$$

作用在柱塞上的力 S_p 所引起的扭矩 M_{kp} 考虑到了沿中心挺柱表面的摩擦系数, 考虑到了消耗在 $i_{\text{секций}}$ 个油泵单元传动上的功率损失, 并利用文献[60]中所述关系式:

$$S_p = \frac{f_p p_p + m_p^{\text{сум}} \frac{d^2 h}{dt^2} + c_p^{\text{сп}} (h_p + L_{\text{предв}}^{\text{сп}})}{1 - k_{\text{hp}} \cdot \tan \gamma} \quad (4.82)$$

$$M_{kp} = S_p (r_H + \rho + h_p) \cdot \tan \gamma + 1.125 \times 10^6 d_p^2 h_p^{\text{max}} i_{\text{секций}} \quad (4.83)$$

凸轮上的接触应力:

$$\sigma_k = 0.418 \sqrt{\frac{S_p k_f E_{\text{стали}}}{b_{\text{конт}} r_p \cos \gamma}} \quad (4.84)$$

中心挺柱未被压紧时:

$$k_{\text{hp}} \cdot \tan \gamma < 1$$

在这里: $b_{\text{конт}}$ 为接触线的长度; r_p 为在接触位置引入的曲率半径。对于切线段, r_p 等于滚轮的半径 ρ 。对于凹形型线 r_c 为负:

$$r_p = \left| \frac{r_c \rho}{r_c + \rho} \right| \quad (4.85)$$

4.9.3 可变曲率的凸轮

目前大部分凸轮的工作型线都有可变的曲率, 在设计图纸上采用表格函数 $h_p = f(\varphi)$ 来描述, 这是以更现代化的磨削工具为条件的。通过降低型线对接段上的峰值接触应力, 来获取更大的承载能力。从运动学和载荷计算的观点看, 我们可以把 $h_p = f(\varphi)$ 关系已知的任意圆柱形的凸轮归入这种情况。柱塞行程 h_p 的当前值采用内插法求解, 柱塞的速度采用表格函数的微分法求解, 而如果柱塞的速度是给定的, 那么柱塞行程可以根据数值积分来确定。

下面给出计算压力角、凸轮上的力矩和接触应力的计算算法。

我们从极坐标变化到直角坐标 (图 4.33 (b)):

$$\begin{cases} X_i = (r_H + h_p + \rho) \cdot \cos \varphi_i \\ Y_i = (r_H + h_p + \rho) \cdot \sin \varphi_i \end{cases}$$

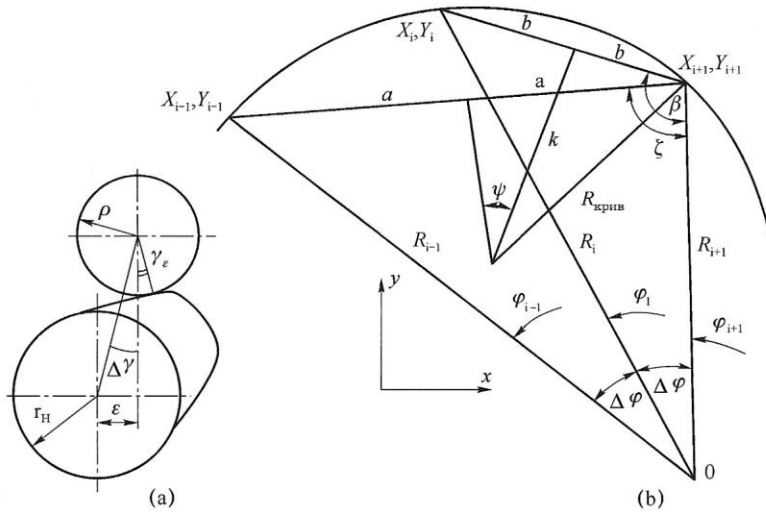


图 4.33 偏心凸轮机构计算示意图 (a); 可变曲率凸轮计算示意图 (b)

如果半径矢量 φ_i 斜率 $K_1 = Y_i/X_i$, 而在滚轮的两个毗邻中心点之间的弦 $K_2 = \frac{(Y_{i+1} - Y_{i-1})}{(X_{i+1} - X_{i-1})}$, 那么压力角为:

$$\gamma_i = 0.5\pi - \arctan[(K_1 - K_2)/(1 + K_1 K_2)]$$

沿着中心线方向的凸轮轮廓点的矢量半径:

$$R_i = (r_H + h_{pi} + \rho_{pol}) \cdot (1 - 1/\cos r_i)$$

在凸轮转动角 $\Delta\varphi$ 和 $2\Delta\varphi$ 时, 在型线的两个点之间的最短距离 (图 4.33 (b)):

$$\begin{cases} a = 0.5 \sqrt{R_{i+1}^2 + R_{i-1}^2 - 2R_{i-1}R_{i+1} \cos(2\Delta\varphi)} \\ b = 0.5 \sqrt{R_{i+1}^2 + R_i^2 - 2R_iR_{i+1} \cos(\Delta\varphi)} \end{cases}$$

在半径矢量和弦之间的角:

$$\xi = \arccos\left[\frac{R_{i+1}^2 + 4a^2 - R_{i-1}^2}{4R_{i+1}}\right]; \quad \beta = \arccos\left[\frac{R_{i+1}^2 + 4a^2 - R_i^2}{4bR_{i+1}}\right]$$

最终, 凸轮曲率的当前半径:

$$R_{\text{криві}} = \sqrt{b^2 + \left[\frac{a - \frac{b}{\cos(\xi - \beta)}}{\sin(\xi - \beta)} + b \cdot \text{tg}(\xi - \beta) \right]^2} \quad (4.86)$$

4.9.4 偏置的凸轮机构

偏置凸轮机构是备用的降低凸轮表面接触应力的技术手段 (图 4.33 (a)). 对于带有 УТНИ 高压油泵的柴油机 Д245.12С, 借助于偏置机构, 接触应力降低了 12.5% (图 4.34).

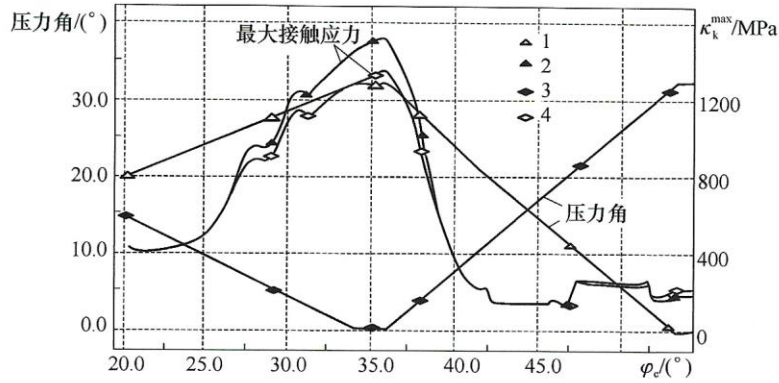


图 4.34 在 $n=1200 \text{ r/min}$, $\Delta g=79 \text{ mg}$ 下的柴油机 $\text{D}245.12\text{C}$ 传动中压力角 (1、3) 和接触应力 (2、4) 轴向挺柱 (1、2) 和带有偏置 14.5 mm 的挺柱 (3、4)

在 $r_H=16 \text{ mm}$, $\rho=10 \text{ mm}$, $h_p=9 \text{ mm}$ 的情况下, 偏置量 $\varepsilon=14.5 \text{ mm}$ 是最优的。对于传统的供油装置来说, $\gamma^{\max} < 27^\circ \sim 40^\circ$, 并且偏置引起的接触应力卸载比 k_ε 可能在 $1.1 \sim 1.15$ 范围内。偏置引起了 γ 和 k_ε 的减小, 求解如下:

$$\Delta\gamma = \left| \arctan \left\{ \frac{\varepsilon}{h_p + \sqrt{(\rho + r_n)^2 - \varepsilon^2}} \right\} \right| \quad (4.87)$$

$$k_\varepsilon = (\cos \gamma_{\sigma\max})^{-0.5}$$

本节结论: 本节中所提出的表达式允许计算任意型线轮的行程、挺柱速度、力矩、接触应力, 偏置方案可减小凸轮机构中的载荷。

4.10 高压油泵传动的动力学

由于高压油泵传动的变形, 柱塞的瞬时速度区别于计算值^[6,115]。特别是, 人们仅仅只是在传动的缓慢损坏、柴油机较差的经济性、排放性指标以及供油不稳定的情况下才会关注传动的动力学。

供油过程的传统计算更吻合于油泵试验结果。在柴油机上真实的传动是弹性传动, 来自高压油泵的力矩是脉动的。动力学的计算不仅仅是对要从泵喷考虑到喷油器, 也要适应于任何形式的机械传动系统, 特别是对高喷射压力的现代化供油系统都具有研究的迫切性。

$$\begin{cases} \varphi_{\text{real}} = \varphi_{\text{cal}} - k_{\text{def}} \cdot M_{\text{kp}} \\ h_{\text{p}}^{\text{real}} = h_{\text{p}}^{\text{cal}} - k_{\text{def}} \rho_{\text{p}} F_{\text{p}} \end{cases} \quad (4.88)$$

还有更加重要的是, 表达式 (4.88) 在物理意义上是没有根据的。实际的凸轮转角不是根据传动弹性来确定的单一系数 k_{def} , 而是根据传动扭转系统每一个元件上分布的弹性、惯性和耗散性质来确定。

4.10.1 作为弹性系统的传动数学模型

在文献[6]中对于单质量系统提出了波动方程求解方法, 这种方法并不是很方便, 特别是针对多质量系统, 并不是完全准确。下面给出了高压油泵传动的动力学数学模型:

$$\begin{cases} J_1 d^2 \varphi_1 / dt^2 - k_1 (\varphi_0 - \varphi_1) + k_2 (\varphi_1 - \varphi_2) - M_{Mf1} + M_{T1} = 0 \\ J_i d^2 \varphi_i / dt^2 - k_i (\varphi_{i-1} - \varphi_i) + k_{i+1} (\varphi_i - \varphi_{i+1}) - M_{Mfi} + M_{Ti} = 0 \\ J_k d^2 \varphi_k / dt^2 - k_k (\varphi_{k-1} - \varphi_k) + k_{k+1} (\varphi_k - \varphi_0) - M_{Mfk} + M_{Tk} = 0 \end{cases} \quad (4.89)$$

在这里： J_i 和 k_i 是转动惯量和扭转刚度。

方程 (4.89) 描述的是最复杂的研究情况：封闭式扭转系统 (图 4.35 (c))。把未来应用的齿带或是链的传动称为柔性传动。对于线性系统 (图 4.35 (b))，柔性传动的从动部分的联系 $k_{k+1}(\varphi_k - \varphi_0)$ 是缺少的。

传动装置中扭转系统动力学分析的已知方法并不符合当前供油传动计算的目的，因为这些方法的目的是要揭示共振状态，虽然计算工作量较大，但对供油计算无益，因为高压油泵传动中通常不会产生共振。仍对完整方程 (4.89) 的求解感兴趣的目的在于确定所有工况上高压油泵的瞬时凸轮转速和载荷，活动间隙的影响和刚度的非线性问题是非常重要的。

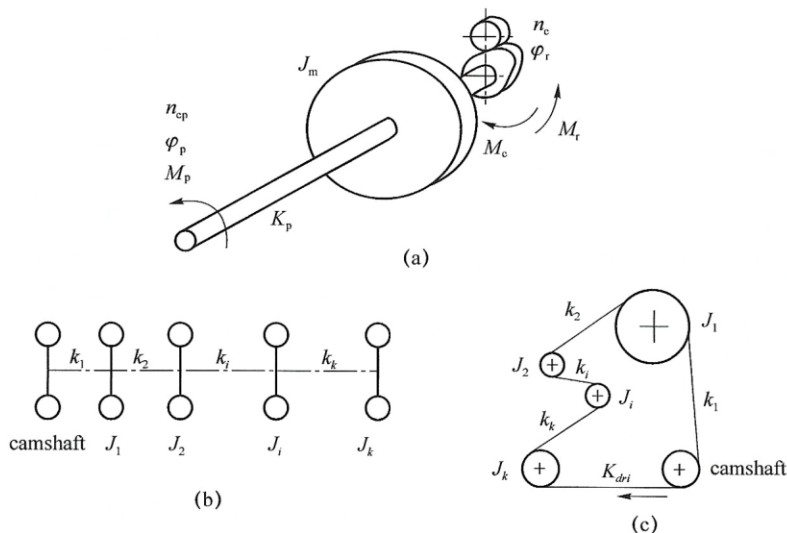


图 4.35 扭转系统的计算示意图

(a) 单质量的；(b) 线性的 (非柔性传动)；(c) 封闭的 (柔性传动)

可以将方程组 (4.89) 减少到一个方程：高压油泵没有对曲轴的扭转产生实质性的影响。曲轴的振动可以通过函数 $\varphi_0(t)$ 的给定来考虑，函数 $\varphi_0(t)$ 可从传动装置的动力学计算或是试验中获得。把传动装置中曲轴的振动与高压油泵传动振动的任务耦合在一起是不适当的：第一，传动装置的计算是一个独立的任务，是同平常供油计算不兼容的；第二，供油的改变通常是由高压油泵的脉动扭矩引起的，并且振动的幅值超过平均值一个数量级。相反的，曲轴旋转的不均匀性不是很大，可以不考虑这种影响。根据这些原因，我们认为曲轴是独立于 $\varphi_0(t)$ 规律旋转的，在部分情况下是匀速旋转的。可以把曲轴扭振以折合变量方式引入到高压油泵轴上，也就是和传动轴一起以循环内的平均速度 n_{cp} 旋转，有函数 $\xi = \varphi_{cp} - \varphi$ ，当曲轴振动时 $\xi_0 \neq 0$ 。在这种情况下系统 (4.89) 的每一个方程有以下形式：

$$J_i d^2 \xi_i / dt^2 - k_i (\xi_{i-1} - \xi_i) + k_{i+1} (\xi_i - \xi_{i+1}) - M_f + M_r = 0 \quad (4.90)$$

在这里： $\xi = \varphi_{cp} - \varphi_{real}$ ； $\omega = d\xi/dt$ ； $M_{ri} = |M_{ri} \cdot \omega_i| / \omega_i$ 。

如果 $i = k$ ，那么 $\xi_{i+1} = 0$ 。对于普通系统 $k_{i+1} = 0$ ，对于链或是皮带传动系统 $k_{i+1} = k_{di}(\xi_k)$ ，

这里 k_{nek} 是从动部分的刚度。忽略从动支路的影响不符合过程的物理特点，减慢了后面的质量在第一个扰动后回到原始位置。

方程 (4.90) 的数值求解中遇到的困难是：扭转系统的每一个元件都需要完成原始信息的收集和正确评价。整体式高压油泵传动可以被简化成单质量系统。这种简化成为可能是因为高压油泵传动的主要飞轮质量 J_m 集中在了高压油泵轴上，“曲轴 - 高压油泵”的传动 k_p 是刚性最小的，而干扰力矩 M_f 和阻力矩 M_r 一样，在高压油泵上是同时存在的。在这种情况下对于图 4.35 (a)，我们有：

$$J_m d^2 \xi / dt^2 - k_p (\xi_0 - \xi) + k_p^{\text{dri}} (\xi - \xi_0) - M_c + M_r = 0 \quad (4.91)$$

在使用非柔性传动时，连接处的活动间隙非常重要，对于柔性传动，在活动间隙下不可能进行作用力的传递。下面给出了对于任意系统的式 (4.90) 解的算法。

对于任何的传动，如果 $(\xi_{i-1} - \xi_i) \leq 0$ ，那么 $k_i = f(\xi_{i-1} - \xi_i)$ ；如果 $(\xi_i - \xi_{i+1}) \leq 0$ ，那么 $k_{i+1} = f(\xi_i - \xi_{i+1})$ ；如果 $(\xi_{i-1} - \xi_i) > 0$ 或者 $(\xi_i - \xi_{i+1}) > 0$ ：

对于柔性传动，相应地，我们有： $k_i = 0$ 或者 $k_{i+1} = 0$ 。

对于带有活动间隙的非柔性传动：

在 $(\xi_{i-1} - \xi_i) > \xi_{\text{clei}}$ ， $(\xi_i - \xi_{i+1}) > \xi_{\text{clei}+1}$ 下有： $k_i = f(\xi_{i-1} - \xi_i)$ ， $k_{i+1} = f(\xi_i - \xi_{i+1})$ ；

在 $0 < (\xi_{i-1} - \xi_i) < \xi_{\text{clei}}$ ， $0 < (\xi_i - \xi_{i+1}) < \xi_{\text{clei}+1}$ 下有 $k_{i+1} = 0$ ， $k_i = 0$ 。

实际上，高压油泵最重要的工作指标求解如下：

$$\begin{cases} \varphi_c = \varphi_p - \xi_c \\ n_c = n_0 - 30/\pi \cdot (d\xi/dt) \\ M_{pi} = k_i (\xi_i - \xi_{i-1}) \end{cases}$$

对于柔性传动有：

在 $(\xi_{i-1} - \xi_i) < 0$ 时： $\xi_{i-1} = 0$ ，在 $i = 1$ 时； $k_i = f(\xi_{i-1} - \xi_i)$ ；

在 $(\xi_{i-1} - \xi_i) > 0$ 时： $k_i = 0$ 。

对于带有联轴器和齿轮传动：

在 $0 < (\xi_{i+1} - \xi_i) < \xi_{\text{cel}}$ 时 $k_i = 0$ ；

在 $\xi_{i+1} - \xi_i > \xi_{\text{cle}}$ 时 $k_i = f(\xi_{i-1} - \xi_i)$ 。

为了评价高压油泵中的能量耗散，我们使用不和燃油加压功相联系的功率损失项^[60]，该功率损失项是按 Bosch VE 泵空载试验校正过的。此时：

$$M_r = A_1 A_2 i d_p^2 h_p^{\text{max}} \quad (4.92)$$

在这里：

$A_1 = 1.0$ ，带有润滑机油的直列泵或是单体泵；

$A_1 = 8.8$ ，带燃油润滑的分配泵；

$A_2 = 1.125 \text{ kN/m}^2$ 。

在用圆弧或是表格参数 $h_p = f(\varphi)$ 给定的圆柱形凸轮情况下，按照式 (4.83) 求解 M_c 。在缺少数据或是不具备描述复杂空间凸轮的函数 $h_p = f(\varphi)$ 时，我们从油泵单元功率平衡方程来确定 M_c ：

$$M_c = M_r + \frac{30i_p dh_p/dt}{\pi n \eta} \left[f_p p_p + \frac{d^2 h_p}{dt^2} m_p \Sigma + c_{sp}^p (h_p + L_{UP}) \right] \quad (4.93)$$

方括号里的表达式反映了作用在柱塞挺柱上的力。在转子泵中 $c_{sp}^p = 0$ ， i_p 为同时工作的柱塞

数 (1、2 或是 4)。在直列式喷油泵基础上根据校核数据得到了修正效率 $\eta = 0.77 \sim 0.79$ 。

同时对式 (4.90) 和边界条件进行积分。和使用式 (4.88) 不同的是, 对于所有实际上重要的参数和传动工况, 在使用最简单的欧拉法 (Euler 法) 时, 计算直到扭转系统元件中的每一个达到稳定后才停止。

上述的关系式有能力准确描述振动过程。例如, 在柴油机 8QH30/38 的含有空转齿轮的传动中, 配气凸轮轴使得 32 个气门和 8 个泵喷嘴产生运动。根据卡罗铭斯工厂的试验数据, 在泵喷嘴传动摇臂上的作用力可以相差到 18%。这个现象的发生在物理意义上是有理论依据的, 即发生的原因不是用力传动中的变形而是由于传动中的扭曲振动。随着喷射压力的提高, 这个扭振过程在当今对所有类型的高压油泵 (除了共轨系统的油泵外) 都变得非常值得研究。

图 4.36 上给出了对带有 Bosch VE 分配泵的柴油机 3M3 使用式 (4.29) 进行油泵刚性传动和易变性传动的供油计算的例子。具体计算条件: 没有活动间隙的非柔性传动 $J_m = 75 \text{ kg} \cdot \text{cm}^2$, $k_p = 5\,000 \text{ N} \cdot \text{m}$, $n_c = 750 \text{ r/min}$, $\Delta g = 25 \text{ mg}$ 。我们可以看到, 传动的易变形性恶化了喷油指标。

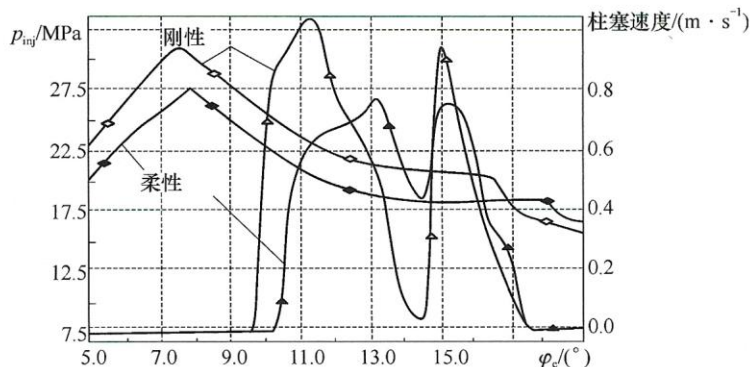


图 4.36 在高压油泵的绝对刚性和易变形性传动条件下的柱塞速度和喷射压力

4.10.2 传动动力学的分析

传动动力学的分析和传动的合理设计途径的寻找是有研究意义的^[31], 因为在科研和教学文献中都没有阐述过该方向的研究工作。在单质量模型上更加方便分析传动的动力学。首先我们分析没有活动间隙的非柔性传动 (轴, 齿轮)。从式 (4.90) 中看到, 对传动变形起作用的主要因素可以是传动刚度 k_p 、高压油泵的转动惯量 J_m 、时间因素 (也就是供油持续期)、转速、驱动力矩 M_c 。在图 4.37 上给出了柴油机 3M3-514 在 $J_m = 67 \text{ kg} \cdot \text{cm}^2$, $k_p = 3\,500 \text{ N} \cdot \text{m}$ 的非柔性传动下的计算结果。得出了重要的结论: 凸轮轴转速 n_c 越小, 在喷射时, 凸轮相对延迟 $\delta_n = (n_0 - n_{\min})/n_0$ 越大。随着 n_0 的升高供油压力和 M_p 增加, 但是在易变性的传动中力矩却在减小: 喷射工作更多是借助于飞轮的运动能实现。 M_p 和 δ_n 的最大值发生在最小的工作转速上, 因此我们利用 M_p 和 δ_n 来研究 J_m 和 k_p 对供油指标和传动负载性的影响。

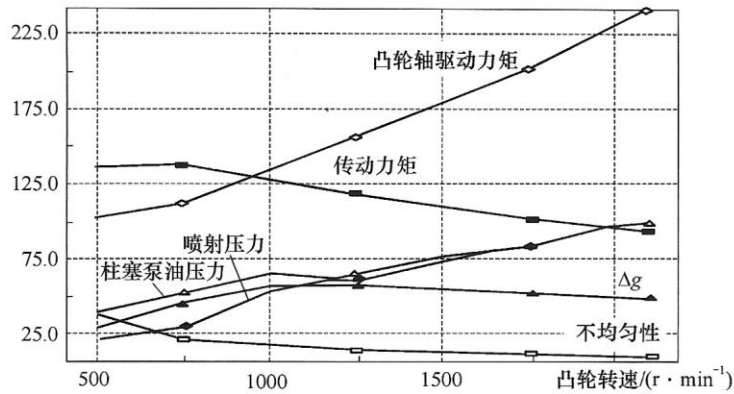


图 4.37 柴油机 3M3-514 柴油机在 $k_p = 3\ 500\ \text{N}\cdot\text{m}$, $J_m = 67\ \text{kg}\cdot\text{cm}^2$ 条件下供油装置的外速度特性
循环供油量, mg; 柱塞上的最大压力和最大喷油压力, MPa; 凸轮上的力矩和传动力矩, $\text{N}\cdot\text{m}$;
凸轮转速的不均匀性, %

图 4.38 用实例说明在 M_c 和喷射参数改变很小的情况下高压油泵的传动对 J_m 和 k_p 的变化是怎样反映的。传动刚度越大, M_p 越大, 但是传动变形越小, 在燃油加压时间段内 n_c 变化平缓, n_c 恢复到 n_{c0} 越快, 激发的振动频率越高。高压油泵的飞轮质量越大, M_p 越小, 而且传动变形减小, 燃油加压时间段内 n_c 间歇变少, 但 n_c 恢复到 n_{c0} 变慢, 激发的振动频率变小。如果我们注意到燃油加压伴随着什么样的效应: 带有传动变形的潜能的积累或者是飞轮质量的运动能的消耗, 那么对上述得到的这些结果的解释就变得简单了。

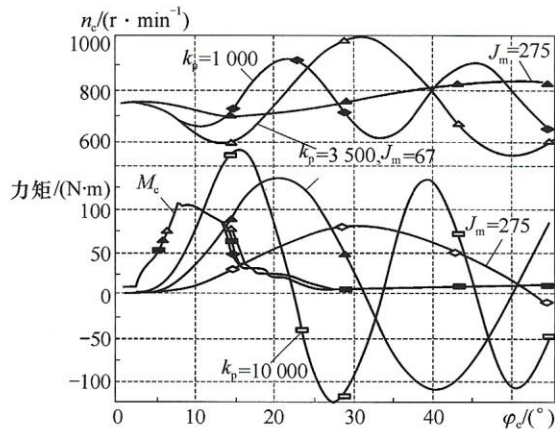


图 4.38 凸轮的瞬时转动频率 n_c 、力矩 M_p 和 M_c

原始方案— $k_p = 3\ 500\ \text{N}\cdot\text{m}$, $J_m = 67\ \text{kg}\cdot\text{cm}^2$; 新方案— $k_p = 10\ 000\ \text{N}\cdot\text{m}$ 和 $J_m = 275\ \text{kg}\cdot\text{cm}^2$

柱塞的最小速度出现在 J_m 和 k_p 最小值的情况下。强化喷射可以通过在易变性的传动中增加飞轮质量或者是靠在小质量下更为严格的刚度来保证。大的 J_m 和 k_p 的组合不能保证强化喷射的实现。传动刚度越大, M_p 越大 (图 4.39), 并且在大的 k_p 下传动力矩超过了绝对刚度的计算值。这样, 通过增加刚度来强化传动系统的尝试, 都不能用扭转系统的计算结果来证明, 或可能得出相反的结果。

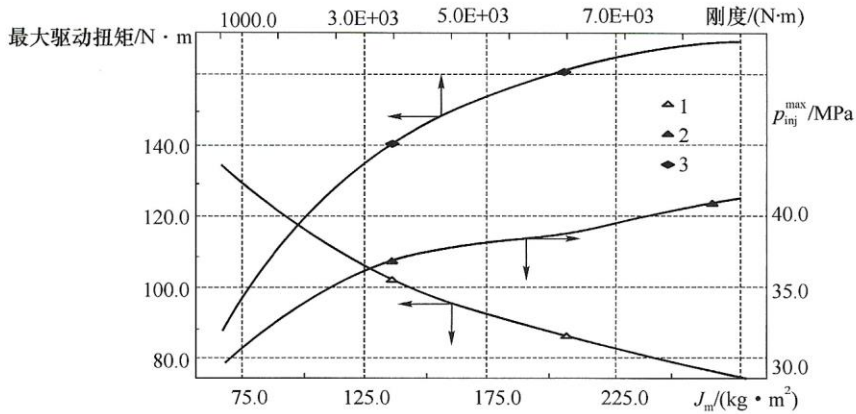


图 4.39 在柔性传动中在 $k_{ппв} = 3\ 500\ \text{N} \cdot \text{m}$ 时力矩 (1) 和喷油压力 (2) 随惯性矩 J_m 的变化关系; 在传动中 $J_m = 67\ \text{kg} \cdot \text{cm}^2$ 时力矩 (3) 随传动刚度 k_p 的变化关系

提高 J_m 不仅允许解决喷射质量的问题, 也能解决高压油泵传动可靠性的问题(表 4.3)。例如, 在研制柴油机 ГАЗ、3М3、Opel 时, 尝试用阻尼器来解决可靠性的问题, 但是供油指标变差了。这些结论越来越有益处, 这是因为喷油压力不断升高, 供油装置正处在从重量体积较大的喷油提前控制器向电子控制手段的转变过程中。

对于允许两个方向的力矩存在的非柔性传动, 齿轮啮合、离合器和万向节内的间隙的影响是非常重要的(图 4.40)。在活动间隙范围内重新改变啮合后, 凸轮的瞬时速度改变, 传动中的力矩的幅值很明显的增加。此外, 力矩改变速度增加的更加强烈, 产生了冲击。因此在产生活动间隙的情况下存在间隙逐渐加大的趋势。数学模型也反映了传动刚度越大情况越差的事实。对于这种情况高压油泵飞轮的使用可以改善供油并减小传动中的载荷。

表 4.3 在传动计算的不同方式下的供油指标

供油指标	刚性传动	$J_m = 67$	$J_m = 275$
柱塞的最高速度/($\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$)	0.959 9	0.786 4	0.845 5
最大喷射压力/MPa	54.49	29.02	40.21
平均喷射压力/MPa	23.66	17.41	19.34
最大驱动力矩/($\text{N} \cdot \text{m}$)	136.7	135.1	76.34
凸轮轴转速波动率/%	0.0	26.93	7.55

在轿车用柴油机中, 普遍使用高压油泵齿带传动或是链传动。在柔性传动中借助主动轮系工作不可能产生负力矩, 是因为从动系发生了供油后角速度的稳定和扭曲振动的衰减。从动系具有比主动系更小的刚度, 因此振动形式为图 4.41 上所示的非正弦形状。在柔性传动过程中, 在从动系的皮带较弱的张力条件下, 在油泵转速最大值后, 由于高压油泵中的不大的能量损失, 高压油泵轴使得油泵转速下降, 而主动系“中间下垂”, 此时高压油泵供油的下一个循环和 dn/dt 突变、 ξ 和 M_p 急剧变化相联系, 即和冲击载荷相联系。

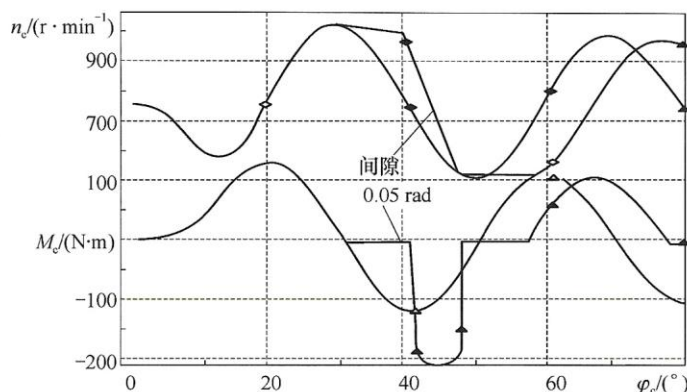


图 4.40 在 $k_p = 3\,500\text{ N}\cdot\text{m}$, $n_c = 750\text{ r/min}$,
 $J_m = 67\text{ kg}\cdot\text{cm}^2$ 下传动轴上的力矩和凸轮的瞬时速度
 在传递中不存在活动间隙或是活动间隙 $\xi = 0.05\text{ rad}$

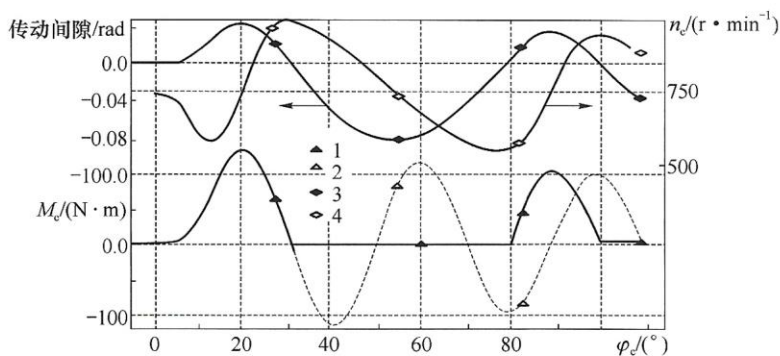


图 4.41 带有非柔性 (1) 和柔性 (2) 传动轴上的力矩, 高压油泵轴的扭转 (3)
 和带有柔性传递的油泵轴的转速 (4)

上述的计算方法同样适用于多质量系统。在多质量系统中, 飞轮质量的不理想分布会使得喷射质量变差, 还会使得传动超载 (例如, 在高压油泵后布置 J_m 较大的发电机^[52])。只有耦合计算供油和按照所叙述的方法计算传动动力学才是避免这些错误的有效手段。在文献 [31] 中给出了调试新柴油机传动时使用方法的实例: 在柴油机的低转速下供油装置给出了大于 1.5 倍的循环供油量, 这引起了烟度的产生, 而在标定转速下给出了少于 7/8 的循环供油量, 以至于不能保证柴油机的功率。在第一种情况中, 原因是高压油泵产生的振动; 在第二种情况中, 原因是从曲轴前端传来的振动。传动的计算分析和优化揭示了上述现象产生的原因, 并允许消除这些缺陷我们也顺便揭示出将供油装置从油泵试验台转移到柴油机上时, 喷射压力降低的三个原因: 背压、加热、扭转振动, 并且扭转振动在具体的情况中是最重要的。

对于扭转系统来说, 传统上是要分析共振发生的可能性。对于我们所研究的系统来说, 这并不是迫切需要解决的, 自振频率已经超过了工作频率。共振状态的寻找仍可以按照传统的方法进行, 但还是要模型 (4.90) 的框架下采用沿工作频率范围扫描这一手段进行。

本节结论: 考虑传动的易变形性仅在非常力机械过程的框架下是正确的, 可以包括传动元件的扭转振动。在缺少喷油提前器时, 考虑高压油泵传动系的变形就特别重要, 尤其

是低转速、高喷射压力工况。较大的刚度可能使得传动超载。强化喷射可以通过高压油泵的飞轮来保证。活动间隙使得非柔性传动超载，而从动系较弱的张力使得柔性传动超载。曲轴的扭转振动可以改变供油指标，但是扭曲振动的主要发生器为高压油泵。

4.11 供油过程中的非等温性

之前没有人对供油的非定常过程中进行燃油热力状态的试验研究，同时还存在关于非等温性数值和非等温性产生原因方面的矛盾的间接信息，缺少燃油状态方程和准确可信的热物理关系。这样，在供油过程中直接测量燃油的瞬变温度是必需的。

在 BMSTU（莫斯科鲍曼国立技术大学）的试验中^[33,52]，为了测量瞬变温度，使用了从 6 到 22 μm 的铂丝热电阻温度计和减小动态误差的手段^[52]。

图 4.42 举例说明了在柴油供油的过程中绝热压缩效应与管壁热交换的影响。燃油压缩产生的加热和压力的改变密切相关。在第一种情况下（图 4.42 (a)）燃油的初始温度 T_r 和油管的初始温度 T_w 都约等于 19 $^{\circ}\text{C}$ ，即 $T_r = T_w \approx 19^{\circ}\text{C}$ 。压缩引起的燃油加热在运动时把热量传递给了管壁，因此燃油压力消退时燃油比管壁要冷一些。在第二种情况下（图 4.42 (b)）镍铬合金的电阻丝加热的油管在传感器区域内比燃油温度高 5 $^{\circ}\text{C}$ ，因此在燃油运动中在喷油时间内燃油稍微的受到加热。

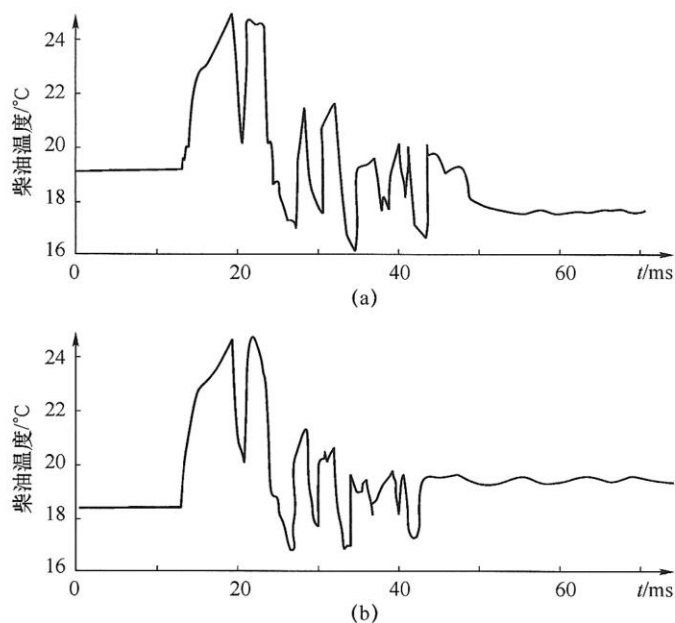


图 4.42 在 $n_c = 300 \text{ r/min}$ ，供油压差 $\Delta p = 37.4 \text{ MPa}$ 时在 B-46 柴油机的供油装置供油下柴油的温度
(a) 冷管壁；(b) 热管壁

我们人为设定这个试验的初始压力为 10 ~ 24 MPa，即在该初始压力范围内排除了气相的形成。当残余压力接近零时，在供油结束时出现气态蒸汽情况下，气体析出和气泡内的蒸发的结果使得温度降低得更加明显。在静止阶段，混合物受到油管的加热，而在供油阶段，混合物加热比单相燃油的加热程度要高，这是由于燃气的压缩，溶解和冷凝。根据这些原因，

高压油管的高压油路的强烈加热是在高供油压力的情况下被记录下，但是特别强烈加热是发生在残余气体存在的情况下（供油结束后的气相）。汽油和其他代用的低沸点燃油证明了最后一种情况的正确性。

根据在冷的油管中， $p = 20 \sim 60$ MPa 区间范围内所进行的试验可知，压缩燃油引起的柴油加热速率等于 0.14 °C/MPa，汽油加热速率为 0.19 °C/MPa。在实际中，加热的温度和压力的关系并非线性的（图 4.43）。

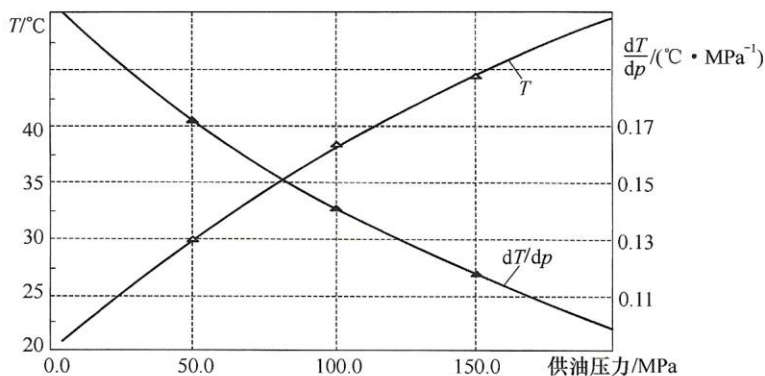


图 4.43 在供油过程中燃油压缩引起的柴油加热 [按式 (4.102) 计算]

重油加热到 150 °C ~ 180 °C，但周期性加热柴油的建议需要分析。曾经进行了将高压油管内的柴油加热到 230 °C 的试验，该试验是在喷油泵试验台的条件下和柴油机 Д144 的条件下进行的。从供油观点看，柴油的加热总是引起负面的结果：在 $t_{\text{bx}} = 180$ °C， $n_c = 190$ r/min， Δg 从 50 mg 降低到 31 mg， $p_{\text{inj}}^{\text{max}}$ 从 45 MPa 减小到 27 MPa，在补偿供油后， $p_{\text{inj}}^{\text{max}}$ 为 31.5 MPa，但出现了强烈的二次喷射。首先，这是受到燃油压缩性增加决定。顺便指出，在柴油机工况的主要区域内，柴油机的经济性变差，并且仅仅是在窄的区域上和和部分负荷上燃油加热到 100 °C 引起了 b_e 从 251 g/(kW·h) 减小到 247 g/(kW·h)。柴油的加热要求进行工作过程的优化和供油装置的改造。

一维定常流动的能量方程对于供油的分析是有利的，并且在今后可以帮助正确描述非定常燃油流动的相似方程。

我们使用流量方程 $G = \rho f U$ 和热力学第一定律，总能量^[65] 的确定如下：

$$e_2 - e_1 + \frac{U_2^2}{2} - \frac{U_1^2}{2} = q_w + q_{\text{diss}} + \frac{p_1}{\rho_1} - \frac{p_2}{\rho_2} - I_{\text{hp}}$$

这里忽略了和体积改变相联系的做功项和体积源。认为耗散热 q_{diss} 是通过摩擦损失 I_{hp} 来确定。自然，这两者是相等的，在微分形式中我们有：

$$d\left(e + \frac{U^2}{2} + \frac{p}{\rho}\right) = d\left(1 + \frac{U^2}{2}\right) = dI^* = dq_w \quad (4.94)$$

在式 (4.94) 中不含有摩擦热^[65]。对于管道中的流动，能量守恒的这个规律这样注释：摩擦引起的温度上升以液体扩张引起的温度下降来平衡，而液体扩张是由于压差损失造成的。借助准定常沿程阻力系数 λ 在摩擦热右边部分内的记录是直接破坏能量守恒定律的。

4.11.1 非等温性的描述方程

在文献[33]中介绍了一维非定常流动中非等温性的描述方程，下面给出了热力学问题

的解法, 该求解方法被补充到 4.5 节所叙述的动力学任务 (式 4.52、式 4.57) 中。

总能量随时间 t 的变化是借助于外力做功 L 和传热表达的 [65]:

$$\frac{d}{dt} \int_{V(t)} \rho E dV = \frac{dL}{dt} + \frac{dQ}{dt} \quad (4.95)$$

在对流换热 q_w 和空间传热 q_v 存在的情况下, 我们有:

$$\frac{d}{dt} \int_{x_1}^{x_2} \rho \left(e + \frac{U^2}{2} \right) dx + U_2 \left[\rho_2 \left(e_2 + \frac{U_2^2}{2} \right) + p_2 \right] - U_1 \left[\rho_1 \left(e_1 + \frac{U_1^2}{2} \right) + p_1 \right] = \frac{Q_w}{f} + \frac{Q_v}{f} \quad (4.96)$$

在微分形式中我们得到了类似于在内燃机空气消耗量的一维计算中所使用的表达式^[65]:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[\rho \left(e + \frac{U^2}{2} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial x} \left[\rho U \left(e + \frac{U^2}{2} + \frac{p}{\rho} \right) \right] = \frac{4\alpha_w (T_w - T)}{d_{hp}} \quad (4.97)$$

式 (4.97) 的使用不是很方便, 这是因为需要解取决于燃油介质参数 c_v , 而对于该参数的求解没有可靠的数据。对于带有总焓的功, 我们将把 $\partial p / \partial t$ 加入到方程的左右两侧:

$$\frac{\partial I^*}{\partial t} + U \frac{\partial I^*}{\partial x} = \frac{4\alpha_w (T_w - T)}{\rho d_{hp}} + \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial t} \quad (4.98)$$

在这里: $I^* = e + \frac{U^2}{2} + \frac{p}{\rho} = 1 + \frac{U^2}{2} = c_p T + \frac{U^2}{2}$ 。

上述方程符合真实的供油过程, 因为方程描述了三个最重要的作用因素: 和管壁换热引起的加热、压缩引起的加热、摩擦引起的加热。摩擦引起的加热又一次不存在, 因为它在方程 (4.95) 中假设 $Q_{diss} = L_{hp}$ 的情况下消失了, 和在式 (4.94) 中一样。对于非定常流动, 这个等式对于当前的时刻要求不严格。我们还考虑到, 在模型中 λ 评价根据考虑到边界层型线变形这一事实的非定常燃油流的公式。在任意的情况下, $Q_{diss} = L_{hp}$ 这一假说比把人工项 $\lambda |U| U^2 / 2 d_{hp}$ 列入方程右边部分的理由更加充分, 因为 $\lambda |U| U^2 / 2 d_{hp}$ 破坏能量守恒定律。关于能量方程右边部分的耗散项, 可能只有在三维模型的框架下才能正确解出, 因为在三维模型中已经没有了 λ 的概念和与之相联系的项。对于供油装置的高压油管, 这种复杂的模型并不能证明模型本身的正确性, 而仅仅是为了到今天为止所忽略的效应中的一个非常小的部分。

方程 (4.98) 准确获得, 它反映了供油的条件, 并且和在供油条件下直接测量瞬变温度相符合。方程 (4.98) 加入到了动力学方程系统中。例如, 对于显式差分格式 (4.52) 有如下形式:

$$I_i^{*j+1} = I_i^{*j} + U_i^j (I_{i+1}^{*j} - I_i^{*j}) \frac{\Delta t}{\Delta x} + \frac{4\alpha_{wi}^j (T_{wi} - T_i^j)}{\rho_i^j d_{hp}} + \frac{(p_i^{j+1} - p_i^j)}{\rho_i^j} \quad (4.99)$$

借助于式 (4.99), 在确定每一个单元内的 I^* 和 U 后, 我们得到了温度计算表达式:

$$I_i^{*j+1} = c_{pi}^j \cdot T_i^{j+1} + (U_i^{j+1})^2 / 2 \quad (4.100)$$

这种方法的优点是: 不存在很难确定热容值 c_v 或是 Gruneisen 参数的问题。 c_p 的数据更加可靠, 在使用文献 [100] 中的数据时, 我们得到了近似公式:

$$\begin{aligned} c_v &= 569.3 + 4.6213T - 0.3015 \times 10^{-6} p \\ c_p &= 1833 + 4.575 (T - 273) - 0.31 \times 10^{-6} p \end{aligned} \quad (4.101)$$

4.11.2 燃油和管壁的非定常换热的计算

为了求解式 (4.99), 向管壁的散热系数 α_w 是必须要知道的。如果根据油管内的稳定

流动的已知关系式来获得这个系数的话,那么将会在评价摩擦系数时产生非常严重的错误。我们使用雷诺相似原理研究动力边界和热力边界沿长度 $\bar{x} = 1/d_p \cdot \int U dt$ 的同步增加的情况,对于层流流动和紊流流动,我们有:

$$Nu_d^{lam} = 0.458 (Re_d \sqrt{\bar{x}})^{0.5} pr^{0.33} \left(1 + \frac{2 \bar{x} pr}{Re_d} \right) \left[1 + 2.85 \left(\frac{\bar{x}}{Re_d} \right)^{0.42} \right]$$

$$Nu_d^{tur} = 0.02 Re_d^{0.75} pr^{0.4} \cdot 1.18^n (1.18^n - 1)^{-0.2}$$

$$n = \frac{\bar{x}}{Re_d^{0.25}}$$

这个解法由于评价的简单性而使人们感兴趣,也适宜补充计算。对某些专门的供油研究任务,对壁面换热有特殊的要求。如使用重油、强化供油时对高压油管壁面的加热,这时就要使用修正算法来计算非定常加热,可以采用 C. C. Кутателадзе - А. И. Леонтьев 方法进行计算^[79],文献[52]中给出了供油过程换热新解决方法的具体算例。

4.11.3 油腔中的热效应

在求解边界条件方程时,需要研究油腔内的热力效应。我们认为初始条件是给定的,可以计算油腔中的温度。例如,从燃油压缩的绝热功上我们得到了使用联系方程(4.16)来计算油腔内温度的表达式:

$$L_{ad} = \int_{p_1}^{p_2} \frac{dp}{\rho} = \frac{x}{x-1} \frac{B^{1/x}}{\rho_0} \left[(p_2 + B)^{\frac{x-1}{x}} - (p_1 + B)^{\frac{x-1}{x}} \right] \quad (4.102)$$

在考虑非等熵过程时,来自文献[100]中的近似表达式更加准确简单地评价温度 T :

$$\frac{T}{T_0} = \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^\Gamma = \left[\frac{p+B}{B} \right]^{\Gamma/x} \quad (4.103)$$

为了计算温度 T ,可以使用式(4.17)的固定表达式,或是利用经验关系获得的 Gruneisen 参数 Γ :

$$\Gamma \approx 0.88 - 0.33 \times 10^{-8} p + 0.0072 (\rho_{20} - 840)$$

在考虑非等温性的所有作用因素时,为了更正确地确定油腔中的焓,需使用开口热力系统的热力学第一定律:

$$d(m_i) = dQ_w + dQ_v + dQ_{diss} + V dp \quad (4.104)$$

为区分放热位置、进口和出口的局部阻力损失,应用离散函数 $k_p = 0$ 或者是 $k_p \approx 1$:

$$dI_i/dt = [f_i \alpha_{wi} (T_{wi} - T_i) + dQ_v/dt] / \rho V_i + 1/\rho_i dp_i/dt + \left[\sum_{k=1}^{k=\kappa} U_{i-k} f_{i-k} c_{pi} (T_{i-k} - T_i) + \sum_{k=1}^{k=\kappa} k_p^{i-k} \xi_{i-k} |U_{i-k}^3| f_{i-k} / 2 \right] / V_i \quad (4.105)$$

在这里: f_{i-k} 、 U_{i-k} 、 T_{i-k} 是第 k 个窄道中的截面积、燃油的速度和温度; α_{wi} 、 f_i 是第 i 个油腔的换热系数和表面积。

表达式(4.105)取决于速度符号,并且包含两个另外的决定性的因素:管壁的换热和压缩引起的加热;还有可能的体积放热,带有流入燃油质量的焓流。

在求解燃油参数（密度、压缩性系数、声速、黏性）时，使用了获得的供油装置元件中的瞬时温度。于是，在求解流动问题时，在每一个计算步上都使用所获得的瞬时温度。

4.11.4 非等温性对供油的影响

首先，我们比较所获得的在供油条件下燃油加热的试验数据和计算结果。按照(4.102)计算的加热速率明显高于试验记录，首先这证明了管壁换热的重要性。按照式(4.103)计算所得到的计算结果明显接近于试验数据，这是在评价热效应重要性上产生明显分歧的原因之一。

像计算研究和在供给达到 146 MPa 下的试验压力曲线的比较指出的那样，如果把总体积内的摩擦项列入式(4.99)中，甚至是对高压油管中高的燃油运动速度（100 ~ 120 m/s）的供油来说，那么方程这个项的存在所引起的温度的升高并不明显（图 4.44）。在这种情况下，对于压力损失来说摩擦是非常重要的。如果供油强度和通常的一样较大（ $U \approx 20 \sim 30 \text{ m/s}$ ），那么文献[121, 100]中得到的结论就是没有依据的，因为文献中说摩擦热起到了首要作用。因此建议制作特别光滑的油管并不能减少燃油的加热，并且对压力损失改变不大（对于供油条件它们通常为“液力光滑的”）。

如果管壁的温度和燃油的温度很接近，那么由于换热，压缩的燃油会把热量传递给管壁，结果就使最高温度和喷射结束后的最终温度均降低（图 4.44）。如果管壁受到的加热更多一些，那么在供油的过程中存在着不可逆的温度上升（图 4.44）。从高压油泵到喷油器，燃油温度和管壁温度是一路上升的，这接近于真实的条件。虽然在油管中间在传感器附近，管壁比燃油更热一些（75 °C 和 50 °C），但是在供油结束后燃油的温度却低于初始温度。这个现象解释的原因是，管壁引起的加热比来自高压油泵方向的新的冷的燃油的效应更弱一些。

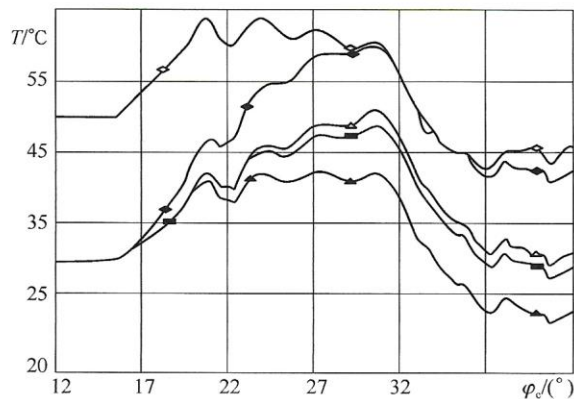


图 4.44 在强化喷射下载高压油管中间位置计算的燃油温度

带有修正燃油瞬时和局部参数的燃油热力状态的考虑允许我们更可准确可靠地计算供油，图 4.45 用实例指出在柴油机 Д-49 的供油装置相同的条件下，喷油压力怎样降低到 7.3 MPa。

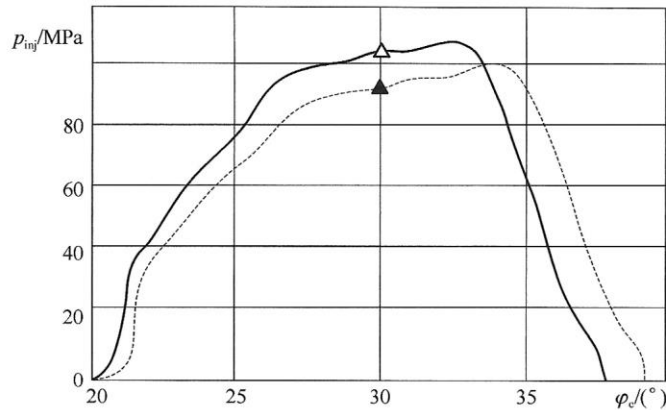


图 4.45 在 D-49 柴油机的供油装置内计算的喷油压力

在相变存在的情况下，供油的非等温性增加，也可能存在相反的关系，同时有必要考虑燃油温度对气体溶解度的影响。

本节结论：供油过程中的非等温性的最重要的影响因素：①压缩引起的加热；②与管壁的换热。为了合理地描述 $p_{inj}^{max} \approx 100 \sim 200$ MPa 范围内的现代化供油装置中的供油，热效应的考虑是必需的。对于热效应在喷射时间内总的加热可以达到 $50 \text{ }^\circ\text{C} \sim 100 \text{ }^\circ\text{C}$ ，这使得声速降低了 $50 \sim 200$ m/s， p_{inj}^{max} 降低了 $8 \sim 25$ MPa。对于 $p_{inj}^{max} \approx 20 \sim 50$ MPa 的没有强烈气体生成的供油装置来说没必要考虑热效应。提高供油过程计算的可信性，又无需考虑求解热力学问题，仅可能用在部分高压油路元件工作特性的评价中。

4.12 计算稳定性和收敛性的组织求解

4.12.1 边界条件方程的积分稳定性问题

传统供油装置边界条件的计算稳定性问题通常在计算出油阀和柱塞套油孔上的流动时产生。图 4.46 给出了不稳定性的例子，在该例子中虽然计算精度变差，但是计算并没有中断。可是在这种情况下我们很难弄清楚，通过阀的燃油流量是多少（曲线 2）。情况可能变得更糟：由于信息输出步长总是比计算步长大以及计算步长很小，会以随机的形式从极限值中输出函数值，这样在计算相同的系统下仅仅把计算结束角从 170° 改变到 180° 就出现了上述的情况。在这种情况下，计算准确度的概念已经失去了意义，我们得到了无法解释的结果（经过阀的燃油流量为负值）。在其他情况下，计算由于不稳定而中断。在供油计算中，稳定性的问题在低转速小供油量下变得尖锐起来（最难的工况——怠速和启动工况）。关于边界条件稳定性的问题虽然阐述的很少，但却具有研究的迫切性。

为了消除计算模型中的这些复杂性，要完全排除出油阀模型的使用。Б. П. Пугачев 提出了另外的一个解决途径：指定阀上的压力差和迭代，求解事先列出的非线性代数方程组，为了加快收敛应用 Chord 法^[121]。该方法由于复杂性、算法的非通用性和计算缓慢而没有得到推广。

我们进一步明确任务。所有的边界条件属于式 (4.106) 形式的常见的非线性微分方程：

$$dY/dt = f(t, Y) \quad (4.106)$$

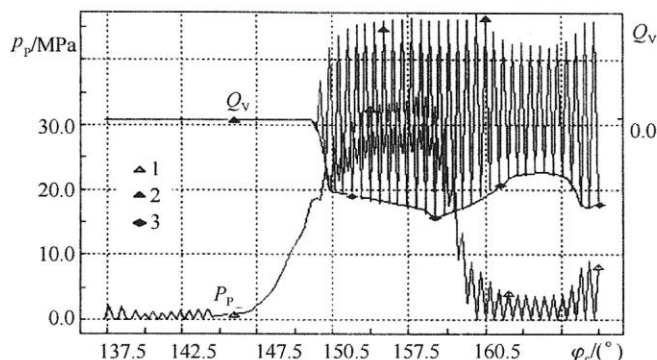


图 4.46 在 $n_{\text{квн}} = 625 \text{ r/min}$, 计算步长 0.06° 下柴油机 D160 的供油计算结果
1—柱塞上腔压力; 2—经过阀的瞬时流量; 3—在选择结果输出下燃油流量的可能包络线

由式 (4.106) 所组成的针对供油的系统没有人研究过^[98], 也就是说, 可以分成两部分。由于右边部分形式的不确定性, 没有研究矩阵本身值, 但是根据数值试验的结果分析, 它可以属于“刚性”等级。而对于它们, 严格地说, 只有绝对稳定的方法是有利的, 即在积分的任何步长中是稳定的。此时我们知道, 只有隐性方法可能是绝对稳定的^[130], 此时, 像通常一样, 在供油模型中使用欧拉方法:

$$Y^{j+1} = Y^j + \Delta t \cdot f(t^j, Y^j) \quad (4.107)$$

一假想的稳定方法 (图 4.47)。该方法的稳定性的保证是借助于步长的细化, 这种方法 是必需的, 但却是完全不够的。在计算机资源的使用方面出现了阻力: 减小计算步长 Δt 引起了计算机操作存储器容量的增加, 这减慢了计算。在非常细小的步长内, 计算机位数的限制和误差的累积使得计算精度变低, 换句话说, 开始起到主要作用的并不是近似法的误差而是四舍五入的误差, 它们的数值正比于 $1/\Delta t$ 。

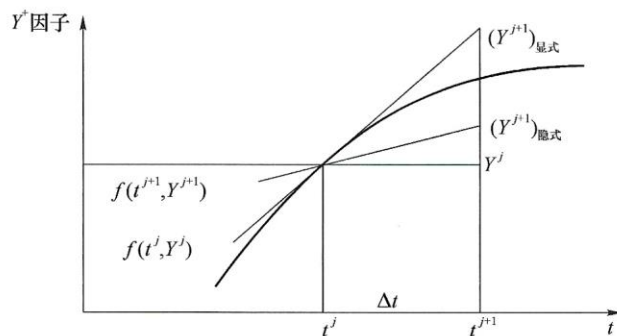


图 4.47 显性和隐性欧拉法示意图

为了积分式 (4.106), 使用了带有改进欧拉法 (又叫预测 - 修正法) 的四阶迭代方法^[63]。相应地, 预测方程、预测的修正方程、式 (4.106) 右边部分的方程、修正方程和最终计算方程为:

$$Y_0^{j+1} = Y^{j-3} + \frac{4}{3} \Delta t \cdot (2f^j - f^{j-1} + 2f^{j-2})$$

$$\overline{Y_0^{j+1}} = Y_0^{j+1} + \frac{112}{121} (Y^j - Y_0^j)$$

$$\begin{aligned} \overline{f_0^{j+1}} &= f(t^{j+1}, \overline{Y_0^{j+1}}) \\ Y_{n+1}^{j+1} &= \frac{1}{8}(9Y^j - Y^{j-2}) + \frac{3}{8}\Delta t \cdot (\overline{f_n^{j+1}} + 2f^j - f^{j-1}) \\ Y^{j+1} &= Y_{n+1}^{j+1} - \frac{9}{121}(Y_{n+1}^{j+1} - \overline{Y_0^{j+1}}) \end{aligned}$$

应用了 Runge - Kutta (龙格 - 库塔) 方法^[63], 除了对复杂的供油装置的算法的不方便性外, Runge - Kutta 法在右边部分突变时会产生较大的扰动, 文献[115]中的结论对此给予了证明。从实践和测试计算中我们了解到, 边界条件方程积分的最尖锐的问题是计算的稳定性而不是精度的问题。高阶方法 (Runge - Kutta 和其他的) 的无效性解释了这个。对于供油问题, 首先需要稳定的计算方法, 第二需要最准确的计算方法。根据这个原因, 1~2 阶精度的方法引起了人们更多的注意。

边界条件方程积分的隐式方法。在专门的文献中, 有针对由方程 (4.106) 组成的方程组建议应用隐式欧拉法 (图 4.47)^[121,217]:

$$Y^{j+1} = Y^j + \Delta t \cdot f(t^{j+1}, Y^{j+1}) \quad (4.108)$$

除了 (4.108), 还存在其他的隐式求解方法, 例如, Gere 方程族 (m - var):

$$\sum_{k=0}^m a^k Y^{j-k} = \Delta t \cdot f(t^j, Y^j) \quad (4.109)$$

在这里:

$$a = - \sum_{k=1}^m a^k; \sum_{k=1}^m k a^k = -1; \sum_{k=1}^m k L a^k = 0, L = 2, m$$

带有加权系数的一步法 ($0 < \sigma < 1$):

$$Y^{j+1} = Y^j + \Delta t \cdot \sigma \cdot f(t^{j+1}, Y^{j+1}) + \Delta t \cdot (1 - \sigma) \cdot f(t^j, Y^j) \quad (4.110)$$

对于 $\sigma = 0.5$ 时, 导数的平均值为带有加权系数的一步法的局部情况:

$$Y^{j+1} = Y^j + \frac{\Delta t}{2} [f(t^j, Y^j) + f(t^{j+1}, Y^{j+1})] \quad (4.111)$$

普遍利用欧拉法在半个计算步长上求解 (4.32):

$$Y^{j+1} = Y^j + \Delta t \cdot f(t^{j+1/2}, Y^{j+1/2}) \quad (4.112)$$

近似式 (4.107) 和式 (4.108) 为第一阶的, 式 (4.111) 和式 (4.112) 的为第二阶的, 式 (4.109) 为第 m 阶的。应用于式 (4.108) 类型的隐式格式上的高阶方法工作量太大, 这不仅受到求解高阶导数所制约, 而且也受到在每一个计算步长上都要对形式如 $Y = f(Y)$ 的非线性代数方程组积分求解的必要性所制约。为了求解该方程组, 存在不少的积分方法。例如, 皮卡尔方法:

$$Y_{k+1} = (1 - \omega) \cdot Y_k + \omega \cdot f(Y_k), 0 < \omega < 1 \quad (4.113)$$

$$Y_{k+1}^i = f^i(Y_{k+1}^1, Y_{k+1}^2, \dots, Y_{k+1}^i, Y_k^i, \dots, Y_k^m), i = 1, m \quad (4.114)$$

带有加权系数的单步法和 Гир 法在细小的积分计算步长下都同样很好的工作, 但带有加权系数的单步方法更加简单、求解更快, 在较大的计算步长下 (对于 $N = 500 \sim 2000$, $\Delta\phi > 0.04 \sim 0.06$) 比 Гир 法更有优势。隐式欧拉法 (4.108) 严格要求非线性代数方程的求解精度比微分方程的所希望的求解精度高两个量级。在相同的计算步长下, 在使用显式和隐式欧拉法的计算时间比使用带有加权系数的单步法的计算时间多一个量级。在隐式欧拉方法中, 加大计算步长导致计算精度变差, 因此没有成功实现完全恢复计算时间

上的损耗。

如果必须增大计算步长并保证计算高精度的话，那么最好使用 Gere 方法中的一个方法（今天应用到 10 阶），而对于代数方程系统则使用皮卡尔方法。

对于经常出现不稳定性条件和计算步长选择的相关条件的实际计算，人们更倾向于采用简单快速运算的方法（4.110）、（4.111）、（4.112）。在这些方法中，最好的方法是加权系数 $\sigma = 0.25 \sim 0.3$ 的单步法（4.110）。对于剧烈的不稳定流动，加权系数 σ 假定为 < 0.5 。图 4.48 利用测试任务说明了加权系数 $\sigma < 0.5$ 时可以有效解决不稳定性的流动这一问题。测试任务是通过面积为 1 mm^2 的有限截面突然连通压力为 0.1 MPa 和 1 MPa 的体积为 100 mm^3 的两个相同的油腔。同样的结果在文献[217]中得到，对于复杂系统不适用。

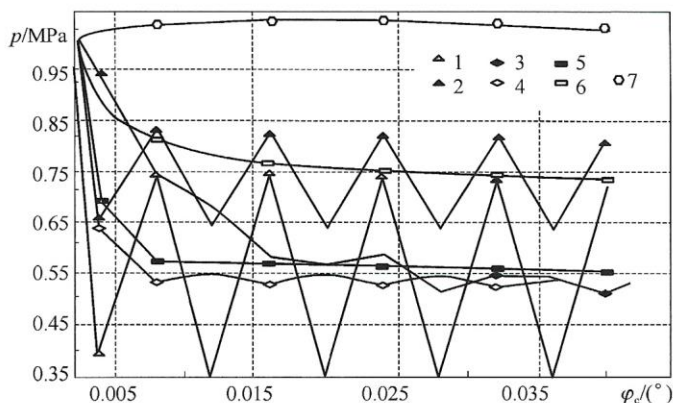


图 4.48 溢流开始后的第一个油腔中的压力

采用不同的计算方法：

- 1—欧拉法；2—带有半步长的欧拉法；3—Хемминг法；4—加权系数 $\sigma = 0.25$ 单步法，还有完整的隐式法；5—加权系数 $\sigma = 0.3$ 的单步法；6—带有导数平均值的（加权系数 $\sigma = 0.5$ 的单步法）；7—加权系数 $\sigma = 0.66$ 的单步法

4.12.2 组织计算和计算的收敛性

在预先求解常数并赋初值后，计算程序按照 φ_c （时间）来组织计算循环。对于每一个 $\varphi_{\text{кул}}$ ，都要求解：①通过阀和喷油器的循环供油量；②通过精密偶件的泄油量；③二次喷射；④气体向喷油器中的骤增；⑤参数循环平均值（来自于变量的数值积分结果）。例如：

$$g_{\text{cycle}}^{\text{de}} = \frac{\rho_n}{6n_c} \int_{\varphi_{\text{на}}}^{\varphi_{\text{кон}}} Q_{\text{inj}} d\varphi \quad (Q_{\text{inj}} > 0)$$

$$g_{\text{cycle}}^{\text{заброс}} = \frac{\rho_n}{6n_c} \int_{\varphi_{\text{на}}}^{\varphi_{\text{кон}}} Q_{\text{inj}} d\varphi \quad (Q_{\text{inj}} < 0)$$

$$g_v^{\text{real}} = \frac{\rho_H}{6n_c} \int_{\varphi_{\text{на}}}^{\varphi_{\text{кон}}} Q_{\text{dv}} d\varphi$$

$$g_{inj}^{YT} = \frac{\rho_{inj}}{6n_c} \int_{\varphi_{на}}^{\varphi_{кон} + 2\pi - \varphi_{на}} Q_{inj}^{YT} d\varphi$$

同时分析供油参数作为寻找最大（最小）值的对象。

大部分的研究工作是在给定的工作条件下进行的，比如，给定转速和循环供油量 g_u 。循环供油量对于供油装置来说不是参数而是函数。为了计算循环供油量，需要给定柱塞的有效行程（ Δg 和供油量调节尺杆的位置相适应），或者，例如，电磁控制阀打开的持续期。这样，产生了进行一系列迭代的必要性。按照之前确定的精度实现给定的循环供油量，我们可以在一个循环时间内的燃油平衡为基础进行如下设定：

$$h_{p_{k+1}}^e = h_{p_k}^e + \frac{g_v^{de} - g_{cycle}^{de}}{f_p \cdot \rho_{inj}}$$

在电控系统中，作为代替 $h_p^{акт}$ 的参数通常是电磁控制机构打开的时间。为了加快收敛，使用内插法来代替上述的表达式。如果必须要对高压油路中的初始压力 $p_{нач}$ 修正的话，那么在迭代中出现第二个收敛准则：

$$p_{нач_{k+1}} = p_{нач_k} + \frac{g_v^{de} - g_{cycle}^{de} - g_{inj}^{YT}}{\beta_{p_{нач}} \cdot V_{ЛВД} \cdot \rho_{hp}}$$

以类似的形式，视供油装置的结构加入补充的收敛准则。例如，在密封针阀上腔体积的系统，根据针阀上腔的压力来补充收敛准则：

$$p_{n_{k+1}} = p_{n_k} + \frac{\int_0^{2\pi} Q^{YT} d\varphi}{6n_c \cdot \beta_{p_n} \cdot V_n}$$

带有使用上述这些公式的迭代过程可以是周期性甚至可以是发散的。有时不可能克服该迭代过程所产生的问题：计算反映了存在的供油不稳定的地方，而不是反映计算的缺陷。典型的例子：柱塞有效行程不大的改变（或者阀打开的时间）引起了二次喷射的出现或是多次喷射的一个循环的出现。循环供油量跃进性改变，并且循环供油量的中间值是不可能的。在这种情况下有必要进行供油装置的完善化工作，而不是计算程序的工作。

本节结论：边界条件积分稳定性的问题是非常尖锐的，虽然很少被讨论过。隐式方法的使用是合理解决边界条件积分稳定性问题的手段。隐式方法明显地复杂了算法，增加了计算时间。部分带有加权系数的隐式单步法是比较有效的。

4.13 供油装置的优化

4.13.1 影响因素的数值实验

我们可以认为一到两个因素的数值实验是优化计算的第一阶段。如果优化的参数有一个或是两个的话，那么结果还可能以图表的形式直观给出。计算优化这样组织是由于配合简单，过程分析的直观性和清晰性，可靠性和可信性而更可取。为了实现上述目的，在软件“Injection”中使用了平面图，三维图和准三维图。供油装置的所有结构参数和工况参数可以成为独立变量。在合理组织计算优化工作时，很难被寻找全局最优值而欺骗。参数扫描的有

限性受到计算区域离散的细度、最优值的临近性和供油装置工作性能的极限条件所制约。在图 4.49 和图 4.50 上给出了供油装置设计时，在柱塞行程、柱塞直径、供油开始时刻选择的传统任务上两因素计算实验的结果。

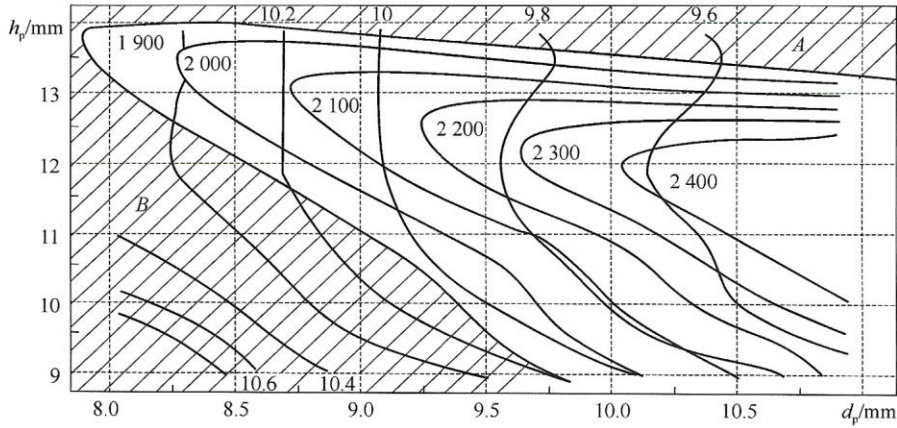


图 4.49 在限制最高接触应力 $\sigma_k^{\max} = 1\ 900\ \text{MPa}$ 时，柴油机 Д-245 的喷射持续期 (9.6° ~ 10.6°) 随柱塞行程和柱塞直径的变化关系 (ΓНП——供油的几何开始 4.9 mm)

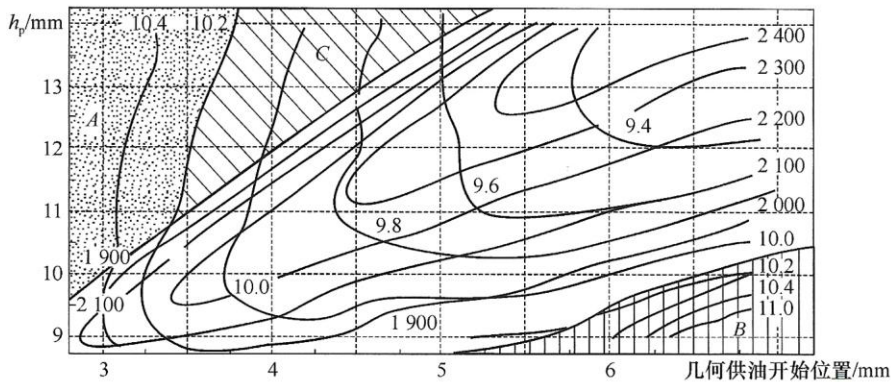


图 4.50 在限制最高接触应力 $\sigma_k^{\max} = 1\ 900\ \text{MPa}$ 时，柴油机 Д-245 的喷射持续期 (9.6° ~ 10.6°) 随柱塞行程和几何供油开始时刻的变化关系 ($d_p = 10\ \text{mm}$)

在曲线上做出目标函数的等值线，目标函数为喷油持续期和凸轮上接触应力的限制 ($\sigma_k^{\max} = 1\ 900\ \text{MPa}$)。在选择柱塞行程 h_p 和柱塞直径 d_p 时，揭示出了两个可能性的求解区域 A 和 B。在第一个区域中成功避免了高的接触应力 σ_k^{\max} ，保证了滚轮进入到切线凸轮的凸形型线前结束供油，在第二个区域中不大的接触应力 σ_k^{\max} 归功于柱塞小的面积。图 4.50 所示的区域 B 与供油结束时在压力角逐渐减小情况下的燃油加压相联系。按照目标函数的意义区域 A 和 B 是等价的，区域 C 符合全局最优值。

4.13.2 最优化

在必须选择供油装置参数时，多于两个参数的情况时，要使用反向流体力学求解方法：按照给定的指标寻找供油装置的参数^[143]。反向任务被设立是不正确的，因其存在许多的

解，而最重要的是没有一个对于参数来说可靠的解、通用的解、对实际计算可以接受的解。上述方法中最适用的是采用近似公式或是图解法这种半经验方法^[64]。在准确和通用的关系基础上，反向任务解法成功例子很少，并且这个方向，想必，研究的迫切性很小。

可选择的途径是利用数学方法建立优化程序，基于多次求解带有供油装置不同参数值的正向任务，即优化，这才是寻找供油装置参数的通用方法。在进行多参数优化时，工作的结果不能以图表的形式给出，因此很难预测计算结果，而必要的计算数目快速增加，使得工作本身变得不可能实现。优化方法的蓬勃发展和大量的优化方法形成了数学的一个独立分支。

在著名的俄罗斯专家的研究工作中阐述了供油装置优化的问题^[21,54,45]。基于在区域的每一个点上建立工作过程的函数模型和在每一个点的分析基础上确定寻找优化矢量的方法得到了最广泛的普及。为了得到回归，使用了实验计划理论，类似于在必要的计算实验数目缩减的情况下允许找到寻找方向的方法。这种方法广泛使用的时期已经过去了，更为吸引人的方法是参数优化方法（沿着方向不间断的运动）。参数优化方法的程序在逻辑上更为简单，算法上比较通用，而现代化的计算机允许顺利地实现参数优化法。下面叙述的解决途径是在BMSTU（莫斯科鲍曼国立技术大学）用于优化供油装置而实现和核准的解决办法^[76]。

供油装置中过程优化任务属于非线性程序设计任务，是针对带有诸多限制因素的多变量函数，采用函数法来限制变量个数，在一般情况下最小的目标函数有如下的形式：

$$F = C_j^Z \cdot \bar{Z}_j + \sum_{i=1}^n C_i^Y \cdot \Delta \bar{Y}_i^2 + \sum_{k=1}^m C_k^X \cdot \Delta \bar{X}_k^2 \quad (4.115)$$

在这里： C_j^Z 为被优化函数 Z 的加权系数； Z_j 为列入自己平均值的供油装置的工作指标； C_i^Y 为指定的第 i 个限制的中断系数； $\Delta \bar{Y}_i$ 为在从 $\bar{Y}_{i \min}$ 到 $\bar{Y}_{i \max}$ 的区域之外的第 i 个限制的条件：

$$\Delta \bar{Y}_i [\bar{Y}_i - \bar{Y}_{i \min(\max)}] / \bar{Y}_{i \text{icp}}$$

如果 $\bar{Y}_{i \max} < \bar{Y}_i < \bar{Y}_{i \min}$ ，那么 $\Delta \bar{Y}_i = 0$ 。

C_k^X 为中断系数，在第 k 个独立变量超过允许值界限下； $\Delta \bar{X}_k$ 为第 k 个参数超过允许的从 $\bar{X}_{k \min}$ 到 $\bar{X}_{k \max}$ 的区域：

$$\Delta \bar{X}_k [\bar{X}_k - \bar{X}_{k \min(\max)}] / \bar{X}_{k \text{icp}}$$

如果 $\bar{X}_{k \max} < \bar{X}_k < \bar{X}_{k \min}$ ，那么 $\Delta \bar{X}_k = 0$ 。

在软件 Injection 中使用了 A. C. Кулешов^[76] 开发的带有 14 种寻优方法的算法器（梯度下降法、线性搜索法、随机寻找法和对于专门函数的方法）^[9,153]。在找到极值时，按照独立变量的矢量的一个方向使用平方内插法、Fibonacci 法或是黄金截面法。

4.13.3 寻找最优解的技巧

最优解寻找的技巧是各种各样的，但相对于实际应用这些技巧是通用的。下面讨论涉及供油装置的独特应用。

非线性程序设计理论没有对什么样的寻优方法是最好的这一问题给出答案，有时候不得使用不同的程序。在带有多维寻优的复杂系统中，像供油装置那样，可能存在几个极值，于是很难确保或是明白我们找到的是哪一个极值：全局极值或者是局部极值。这样，取决于如何组织寻优，可能在区域 A 、 B 或是 C 中寻找最优值（图 4.49、4.50）。只有在对区域 A 、 B 、 C 比较后才揭示出。图 4.50 上的区域 C 是整体最优的（和区域 B 相比保证短的喷射）。另一个例子：在表 4.4 中给出了两种结果，是对柴油机 3M3-514 优化共轨式供油装置中时，

在改变另外的参数时，在使用同一个计算启动点下的两种不同的寻找方法。1 和 2 的求解原则上是不同的：在第一个解中， \bar{p}_{inj} 的最大值是借助于喷油器附近压力减小到最小获得的，这种情况下压力的减小是在通过泄油阀和喷孔燃油消耗时出现的，因此要求喷油器油腔 V_{inj} 的最大体积，要求高压油管最小的直径 d_{hp} ，要求高压油管最短的长度 L_{hp} 。解法 2 与之相反，使用了压缩压力波动，该压缩压力波动是在由于共轨管引起的最初的稀疏波的反射下形成的。值得注意的是，目标函数得到了实际上相同的解（129 和 126.5 MPa），但是供油规律和优化的三个参数的值原则上是不同的。在使用不同的计算启动点上有可能获得同样的计算结果。

表 4.4 在使用 Розенброк 方法 (1) 和最快下降方法 (2) 时平均喷射压力最大值的寻找

	V_{inj}	μF	h	L_{hp}	d_{hp}	V
	mm ³	mm ²	mm	mm	mm	mm ³
间隔	200 ~ 10 000	0.1 ~ 1	0.1 ~ 1	75 ~ 1 000	2 ~ 6	100 ~ 2 000
开始	500	0.4	0.6	350	4	500
解法 1	9 230	0.13	0.51	75	6	100
解法 2	200	0.15	0.465	275	3.8	100

在考虑到上述的问题和设计供油装置的经验时，使用下面的优化任务的解决原则是有利的。

随着优化参数数目的增加使得寻优时间急剧增加，在优化前应该进行筛选数值实验，或者至少进行细致的定量分析。细致的定量分析的使用更加可靠，最终，它比形式上的优化寻找更加有效。在这个阶段上，一个或是两个因素的计算实验是不可代替的。如果因素意义不大或是有意义但是没有相关性，即在其他因素的任何数值下都是最优的，那么将它从优化参数的数目中拿出。甚至是经验丰富的专家都很难确定因素相互影响的程度，这样，在所研究的例子中（表 4.4），针阀上腔的体积 V_u 总是力求最小。

在把某影响因素列入独立变量的矢量中时，应该指出的是，在因素的相同影响下，优化程序工作是最有效的。在影响因素数量较大的情况下，把过程物理分解成单独的、部分的，对其寻找该过程的决定性因素的最优组合。例如，对于传统的供油装置进行合理的分别优化：

- 1) 柱塞直径和行程，供油开始时刻，凸轮传动；
- 2) 大小，升程，针阀锥面的参数，启喷压力；
- 3) 供油装置的其他参数。

基本上，根据这个原因分开优化柴油机的工作过程和供油装置。

如果参数是不连续的（例如，喷流孔的数目），那么这个参数要选择接近于得到的数值的整数值。最好不要把不连续的参数列入独立变量的矢量中。最好是利用扫略式计算来解决几个优化问题。

为了减少问题的复杂性，希望把优化参数转变成约束或是计算条件（循环供油量，柱塞的有效行程，初始压力，针阀上腔压力等）。

所有的寻找方法都应该给出问题的一个解，在相反的情况下，使用不同的方法和不同的计算启动点就显得特别重要，采用鉴定评价的方法选择合成的解。

对于复杂曲面的参数优化问题应采用耦合寻优方法（重球、Дэвидсон - Фленчер - Пауэлл 等），而对于“高原”类型的光滑平面，则应用变形多面体法、最快下降法和 Розенброк 方法。对于多极值任务，随机寻找和非线性编程的组合最有效。在软件“Injection”中所用的蒙特卡洛方法类似多维扫描，只有它使得在所有的计算区域内以随机的形式进行大量的试算。在高效计算机上应用蒙特卡洛方法特别有效，在这种情况下合理地指定计算点的较大数目（500 或者更多）。

在图 4.51 上给出了在柴油机 Д245 的供油装置中 \bar{p}_{inj} 最大值寻找的过程。为了直观性，把两因素数值实验获得的等值线画在图上。

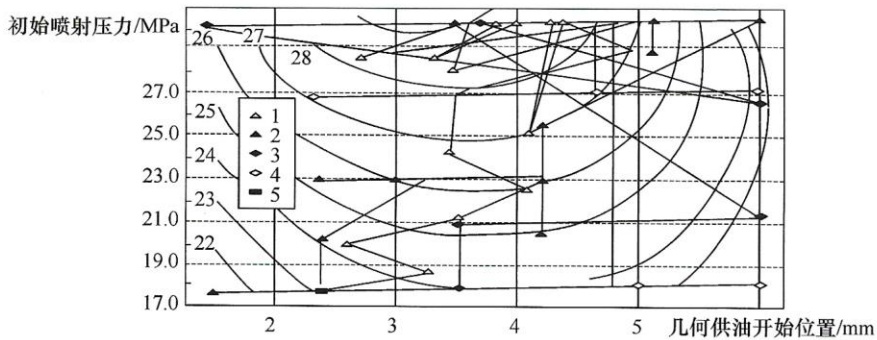


图 4.51 向喷射开始压力和供油几何开始区域的最优化运动

作为约束条件，通常采用最大接触应力、不存在二次喷射、气体向喷油器中的骤增、油腔中的最大压力、轴上的力矩、转速的不均匀性比、循环供油量、循环控制油量（共轨系统）、吸入到高压油路中的循环燃油量（带有高压油路补给阀的供油装置）等。

因此定义目标函数是比较难的，但是发动机工作过程专家应该解决这个任务。我们足够清楚的是：保证指定的最高或是平均喷射压力、喷射持续期或是喷油规律。在确保指定的喷油规律的情况下寻找目标函数 (4.116) 的最小值来代替 (4.115)。

$$F = \frac{\int \left[\frac{Q_{inj}^{obj}}{Q_{inj}^{de}} - 1 \right]^2 dt}{t_{inj}} + \sum_{i=1}^n C_i^Y \cdot \Delta \bar{Y}_i^2 + \sum_{k=1}^m C_k^X \cdot \Delta \bar{X}_k^2 \quad (4.116)$$

在其他的条件下，作为目标函数可以是：油滴的平均索特直径、循环的动力性系数、柱塞速度或是接触应力、循环供油量、经过阀的供油量、控制油耗等等。随目标函数不同，也就可能得到不同的解。